

博士課程学生 (Doctoral Course Student)
北川 宜稔 (KITAGAWA Masatoshi)
(FMSP コース生)

A. 研究概要

Lie 群の表現の分岐則について研究を行っている。特に、分岐則に表れる重複度が一様に有界になっている場合について詳しく調べた。

\mathbb{C} 上の連結簡約代数群 G が準アフィン代数多様体 X に spherical に作用しているとする。私は、有限生成 $(\mathbb{C}[X], G)$ -加群 M の既約分解について考察を行い、十分大きなパラメーターにおいて、 M の分解はある点 x_0 上の「ファイバー」 $M/\mathfrak{m}(x_0)M$ の分解で記述できるということを示した。この系として、 M が無重複になるための必要十分条件を得た。 M がアフィン等質空間上のベクトル束の大域切断の場合には、佐藤文広氏によって得られていた「重複度の安定性」の結果と一致する。

エルミート型 Lie 群 G と極大コンパクト部分群 K の (適切な) 既約ユニタリー表現 V から定まる G の正則離散系列表現 $\mathcal{H} \subset \mathcal{O}(G/K, G \times_K V)$ を考える。上記の結果を適応することで、私は \mathcal{H} を正則な対称部分群 H に制限したときの分岐則に現れる重複度の最大値をファイバー V の分解で記述する方法を与えた。これによって、小林俊行氏が与えた無重複性の十分条件が、この特別な場合に対しては必要条件になっていることを示した。

既約ユニタリー表現を異なる 2 つの部分群 H, H' に制限した場合の分岐則の違いについても研究している。特に、二つの部分群が内部自己同型で移りあわないが、複素化を考えたときに内部自己同型で移りあうような場合を考えている。正則離散系列表現の分岐則で、 H と H' が正則型の対称部分群かつ、 H' が H の ϵ -family に属している場合に 2 つの分岐則が十分大きなパラメーターにおいて同じ振る舞いをすることを示した。

I study the branching problem of representations of Lie groups. In particular, I study it precisely in the case that the multiplicities in the branching laws are uniformly bounded.

Suppose that a connected complex reductive algebraic group G acts spherically on a quasi-affine variety X . I considered the irreducible decomposition of a finitely generated

$(\mathbb{C}[X], G)$ -module M , and proved that the decomposition of M is described by the decomposition of the ‘fiber’ $M/\mathfrak{m}(x_0)M$ at a point $x_0 \in X$. As a corollary, I obtained a necessary and sufficient condition for the multiplicity-freeness of M . If M is the set of global sections of vector bundles on affine homogeneous spaces, this result coincides with the result ‘stability of multiplicities’ due to F. Sato.

Consider a holomorphic discrete series representation $\mathcal{H} \subset \mathcal{O}(G/K, G \times_K V)$, where G is a Lie group of Hermitian type and V is a unitary irreducible representation of K . I gave a method to describe by the decomposition of the fiber V the maximum value of the multiplicities in the branching law of $\mathcal{H}|_H$ for a symmetric subgroup H of holomorphic type. I proved that the sufficient condition for the multiplicity-freeness given by T. Kobayashi is a necessary condition for this setting.

I study difference between two branching laws of a unitary irreducible representation with respect to two subgroup H, H' . I consider the case that H and H' are not conjugate under inner automorphisms, and the complexification of H and H' are conjugate under inner automorphisms of the complexification. I showed that two branching laws are same for sufficiently large parameters, if the unitary irreducible representation is a holomorphic discrete series representation, H and H' are holomorphic type and H' belongs to the ϵ -family of H .

B. 発表論文

1. M. Kitagawa, “Stability of branching laws for highest weight modules”, arxiv:1307.0606.
2. M. Kitagawa, “Stability of branching laws for spherical varieties and highest weight modules”, Proc. Japan Acad. Ser. A Math Sci. 89(10) (2013), 144–149.

C. 口頭発表

1. A stability theorem for spherical varieties and its applications, Group Actions with applications in Geometry and Analysis,

University of Reims, フランス, ポスター
発表, 2013 年 6 月.

2. A stability theorem for multiplicity-free
varieties and its applications, 表現論および
表現論の関連する諸分野の発展, 京都大学
数理解析研究所, 2013 年 6 月.
3. Stable branching laws for spherical vari-
eties, East Asian Core Doctorial Forum on
Mathematics, 京都大学理学研究科数学教室,
2014 年 1 月.

D. 講義

E. 修士・博士論文

F. 対外研究サービス

G. 受賞

2012 年度 数理科学研究科長賞