

博士課程学生 (Doctoral Course Student)

田森 宥好 (TAMORI Hiroyoshi)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

(1): G を A 型でない中心が有限な連結実単純リ一群, K を G の極大コンパクト部分群, $\mathfrak{g} := \text{Lie}(G)$ とする. G の既約 admissible 表現が極小表現であるとは, 付随する (\mathfrak{g}, K) -加群の零化イデアルが Joseph イデアルという特別な両側イデアルになることをいう. 複素共役を除くと G の極小表現の無限小同値類は高々二つしか存在しない. また, G がメタプレクティック群の時には極小表現は Weil 表現 (正確には既約成分とそれらの複素共役) で尽くされる. さらに Kirillov–Kostant の軌道法の観点からいうと, (ユニタリな) 極小表現は極小冪零軌道に付随するものだと考えられている. 以上のように, 極小表現は特別で重要な表現であり, 1980 年代以降 Brylinski–Kostant や Torasso らによって様々な構成が与えられてきた.

私は本年度, Joseph イデアルを零化イデアルに持つような最高ウェイト \mathfrak{g} -加群を分類した. このような最高ウェイトは, 各単純ルートによって定まる直線か超平面のどちらかに属するウェイトとして構造的な特徴付けを持つ. これまでの研究成果と合わせると, G が D, E 型の split な実型の時, 放物型誘導表現間の絡微分作用素の核空間としての極小表現の実現が G のランクの数だけ得られたことになる. 証明では Joseph イデアルの特別な二次斉次元の作用に着目する.

(2): 非アルキメデス局所体上の連結な分裂簡約群に対し, 不分岐局所 L -関数の (一般には spherical ではない) Hecke 作用素を用いた表示を得た (大井雅雄氏と坂本龍太郎氏と共同). この表示は Taylor によって得られた $G = \text{GSp}_4(\mathbb{Q}_p)$ の Spin L -関数の表示の一般化となっている. 特に双対群の有限次元表現が minuscule の時は L -関数は一つの Hecke 作用素の固有多項式の逆数として本質的に表される. 証明には Bruhat–Tits による凹関数に付随した部分群の理論を用いる.

(1): Let G be a connected real simple Lie group not of type A with finite center, K a maxi-

mal compact subgroup of G , and $\mathfrak{g} := \text{Lie}(G)$. An irreducible admissible representation of G is called minimal if the annihilator of the underlying (\mathfrak{g}, K) -module is some two-sided ideal called the Joseph ideal. Minimal representations have special quality as follows. First, there are at most two minimal representations of G up to infinitesimally equivalence and complex conjugation. Second, minimal representations of the metaplectic group consist of irreducible components of the Weil representation and their complex conjugates. Finally, from the viewpoint of Kirillov–Kostant orbit method, (unitary) minimal representations are supposed to be attached to minimal nilpotent orbits. From such quality, minimal representations have been given various constructions from 1980s (by Brylinski–Kostant and Torasso, for example).

In this year, I classified irreducible highest weight $U(\mathfrak{g})$ -modules whose annihilators equal the Joseph ideal. Here $U(\mathfrak{g})$ denotes the universal enveloping algebra of the complexification of \mathfrak{g} . The set of such highest weights are characterized in terms of simple roots. By preceding researches, it follows that we obtain $\text{rank}(\mathfrak{g})$ -ways of realization of the minimal representation as the kernel of an intertwining differential operator between parabolically induced representations, when G is a split real form of type D, E . In the proof, we calculate the action of certain homogeneous elements of degree two in the Joseph ideal.

(2): I obtained a new expression of unramified local L -functions by certain Hecke operators for a connected split reductive group over a nonarchimedean local field (joint work with Masao Oi and Ryotaro Sakamoto). This expression generalizes the one obtained by Taylor for the Spin L -function of $\text{GSp}_4(\mathbb{Q}_p)$. In particular, the L -function is essentially written as the multiplicative inverse of the characteristic polynomial of a single Hecke operator in the case where the finite-dimensional represen-

tation of the dual group is minuscule. For the proof, we use the theory on subgroups associated with concave functions by Bruhat–Tits.

B. 発表論文

1. H. Tamori, “Minimal representations of $\widetilde{SL}(3, \mathbb{R})$ and $\widetilde{O}(3, 4)$ ”, 東京大学修士論文, 2017.
2. 田森宥好, “実単純リー群の極小表現の分類”, 2017 年度表現論シンポジウム講演集, 2017, 114–122.
3. 田森宥好, “Covariant differentials and minimal representations”, 2018 年度表現論シンポジウム講演集, 2018, 46–55.
4. H. Tamori, “Classification of minimal representations of real simple Lie groups”, *Math. Z.* **292** (2019), 387–402.
<https://doi.org/10.1007/s00209-019-02231-x>
5. 田森宥好, 矢野良輔, “改良大森則に基づいた余震の待ち時間分布について”, 数理科学実践研究レター, 2019, LMSR 2019-21.
6. H. Tamori and R. Yano, “Distribution of waiting time between two successive aftershocks from modified Omori’s law”, *EPL (Europhysics Letters)* **127** (2019), 60005.
<https://doi.org/10.1209/0295-5075/127/60005>
7. 田森宥好, “Construction of minimal representations”, 2019 年度表現論シンポジウム講演集, 2019, 33–41.
8. M. Oi, R. Sakamoto and H. Tamori, “New expression of unramified local L -functions by certain Hecke operators”, submitted, arXiv:1903.07613.
9. H. Tamori, “Classification and construction of minimal representations”, 東京大学博士論文, 2020.

C. 口頭発表

1. A “deformation” of two minimal representations, Berkeley-Tokyo Winter School “Geometry, Topology and Representation Theory”, University of California, Berkeley,

アメリカ, 2016 年 2 月.

2. A geometric realization of the minimal representation of $O(3,4)$ (poster presentation), Representation Theory at the Crossroads of Modern Mathematics in honor of Alexandre Kirillov, Université de Reims Champagne-Ardenne, フランス, 2017 年 6 月.
3. 実単純リー群の極小表現の分類, 2017 年度表現論シンポジウム, かんぼの宿 石和, 2017 年 12 月.
4. Classification of minimal representations, 第 1 回数理新人セミナー, Kyoto University, 2018 年 2 月.
5. 極小表現について, Langlands and Harmonic Analysis(第 3 回), いこいの村磯波風, 2018 年 3 月.
6. 実単純リー群の極小表現の構成, 日本数学会 2018 年度秋季総合分科会, 岡山大学, 2018 年 9 月.
7. Covariant differentials and minimal representations, 2018 年度表現論シンポジウム, 国民宿舎 水明荘, 2018 年 11 月.
8. Classification of minimal representations of simple real Lie groups, MIT Lie Group Seminar, Massachusetts Institute of Technology, アメリカ, 2019 年 2 月.
9. On Goldie rank polynomials (after Jantzen), Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, Tambara Institute of Mathematical Sciences, 2019 年 8 月.
10. Construction of minimal representations, 2019 年度表現論シンポジウム, サンライズ 九十九里, 2019 年 11 月.

G. 受賞

研究科長賞 (2017 年度)