

修士課程学生 (Master's Course Student)

里見 貴志 (SATOMI Takashi)

(FMSP コース

生)

A. 研究概要

私は Cayley グラフのエクspander性評価について研究している。 G を有限群, S を G の部分集合とする。 Tao は重み付き Balog-Szemerédi-Gowers の定理を使って $\text{Cay}(G, S)$ のエクspander性を評価する手法を導入した。 重み付き Balog-Szemerédi-Gowers の定理とは, 「 N は正の整数とし, G 上の正值関数 f の畳み込み $f * f$ の L^2 ノルムが大きいとき, $\text{supp} f$ が S と大体一致し, $|S^N|/|S|$ が 1 に近いような $S \subset G$ が存在する」という定理である。

Tao は 「 (X, Y, E) が有限二部グラフとし, D をグラフ密度とすると, $|A| \gg D|X|$, $|B| \gg D|Y|$ となる $A \subset X$, $B \subset Y$ が存在し, 任意の $a \in A$, $b \in B$ に対し a, b を結ぶ長さ 3 の経路の個数が $O(D^5)|X||Y|$ 以上になる」という補題を使って重み付き Balog-Szemerédi-Gowers の定理を証明した。 私は長さ 3 以上の経路の場合でもこの補題が成り立つことを示し, さらに X, Y が測度空間の場合に一般化した。

また, 私はこの補題を使わずに重み付き Balog-Szemerédi-Gowers の定理を証明することで, 定理の評価を改良した。 さらに, G がユニモジュラーな局所コンパクト群の場合に同様の定理が成り立つことを示した。

I am studying the expanderness of Cayley graphs. Let G be a finite group and S a subset of G . Tao introduced a method for studying the expanderness of $\text{Cay}(G, S)$ with the weighted Balog-Szemerédi-Gowers theorem. The statement of the weighted Balog-Szemerédi-Gowers theorem is as follows. “Let N be a positive integer and f a positive function on G . If the L^2 -norm of $f * f$ is large, then there exists $S \subset G$ such that $\text{supp} f$ is almost same as S and $|S^N|/|S|$ is close to 1.”

Tao proved this theorem by using the following lemma. “Let (X, Y, E) be a finite bipartite graph and D its graph density. Then there exists $A \subset X$ and $B \subset Y$ such that $|A| \gg D|X|$, $|B| \gg D|Y|$, and the number of paths of length 3 from a to b is more than $O(D^5)|X||Y|$ for all

$a \in A$ and $b \in B$.” I proved that this lemma holds even when the length of paths is more than 3, and I extended the lemma in the case where X and Y are measure spaces.

I improved the estimate in the weighted Balog-Szemerédi-Gowers theorem by a different argument. Moreover, I generalized the theorem in the case that G is a unimodular locally compact group.

B. 発表論文

1. T. Satomi : “算術的組み合わせ論による等質空間上のたたみ込みのスペクトル評価”, 東京大学修士論文.

C. 口頭発表

1. Selberg’s expander construction (after Tao) について, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2017 年 8 月.
2. (1) Freiman’s product theorem の紹介, (2) Balog-Szemerédi-Gowers の定理の評価の改良と一般の不変測度への拡張, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2018 年 8 月.

D. 講義

E. 修士・博士論文

F. 対外研究サービス

G. 受賞

H. 海外からのビジター

連携併任講座