

博士課程学生 (Doctoral Course Students)

田森 宥好 (TAMORI Hiroyoshi)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

G を A 型でない実単純リー群とし, K を G のある Cartan 対合の固定点全体からなる部分群とする. $\mathfrak{g} := \text{Lie}(G)$ とする. 極小表現とは, Hilbert 空間上の G の既約 K -admissible な表現で, 付随して得られる (\mathfrak{g}, K) -加群の零化イデアルが Joseph イデアルという特別な両側イデアルになるもののことをいう. Kirillov–Kostant の軌道法の観点からいうと, ユニタリな極小表現は極小冪零軌道に付随するはずだと考えられているもので, Torasso や Brylinski–Kostant らによって様々な手法で構成されている.

私は極小表現が既に構成されているものの何れかと無限小同値か, ということの研究した. Quaternionic な E 型の群に対しては Gan–Savin によって肯定的に答えが与えられており, ユニタリな極小表現に限れば Salmasian や Huang–Li によって多くの実単純リー群の極小表現が尽くされていることが知られている. 私は Gan–Savin の議論を一般化することで, ユニタリとは限らない一般の実単純リー群の極小表現が, 知られているもので全て尽くされていることを示した. 結果として極小表現はユニタリな極小表現と無限小同値であること, どんな G に対しても高々4個しか存在しないこと, Torasso や Brylinski–Kostant による極小表現の構成は漏れがないことが従う.

Let G be a real simple Lie group not of type A with $\mathfrak{g} := \text{Lie}(G)$, and K the invariant part of a Cartan involution of G . An irreducible K -admissible representation of G on a Hilbert space is called minimal if the annihilator of the associated (\mathfrak{g}, K) -module is some special ideal called the Joseph ideal. From the viewpoint of the Kostant–Kirillov orbit method, minimal representations are supposed to be attached to the minimal nilpotent coadjoint orbits, and have been constructed in several ways mainly by Torasso and Brylinski–Kostant.

I studied whether any minimal representation is infinitesimally equivalent to one already constructed. For quaternionic groups of type E it was shown to hold by Gan–Savin, and uni-

tary minimal representations are exhausted by the result of Salmasian and Huang–Li. Based on the idea by Gan–Savin, it is proven that minimal representations which are already constructed exhaust all not necessarily unitary minimal representations. Consequently, minimal representations are infinitesimally equivalent to unitary one and any simple Lie group G not of type A admits at most four minimal representations, and the constructions by Torasso and Brylinski–Kostant exhaust all possible minimal representations.

B. 発表論文

1. H. Tamori, “Minimal representations of $\widetilde{\text{SL}}(3, \mathbb{R})$ and $\widetilde{\text{O}}(3, 4)$ ”, 東京大学修士論文, 2017.
2. 田森宥好, “実単純リー群の極小表現の分類”, 2017年度表現論シンポジウム講演集, 2017, 114–122.

C. 口頭発表

1. 「A unified proof of the Howe–Moore property (Corina Ciobotaru)」の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2015年8月.
2. A “deformation” of two minimal representations, Berkeley–Tokyo Winter School “Geometry, Topology and Representation Theory”, カリフォルニア大学バークレー校, アメリカ, 2016年2月.
3. Fourier transform on the isotropic cone, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2016年8月.
4. A geometric realization of the minimal representation of $\widetilde{\text{O}}(3, 4)$, Representation Theory at the Crossroads of Modern Mathematics in honor of Alexandre Kirillov, ランス大学, フランス, 2017年5–6月 (ポスター発表).
5. 「The minimal nilpotent orbit, the Joseph ideal, and differential operator (Levasseur–Smith–Stafford’86)」の紹介, Workshop on

“Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2017年8月.

6. 実単純リー群の極小表現の分類, 2017年度表現論シンポジウム, かんぼの宿 石和, 2017年11-12月.
7. Classification of minimal representations, 第1回数理新人セミナー, 京都大学, 2018年2月.
8. 極小表現について, Langlands and Harmonic Analysis (第3回), いこいの村磯波風, 2018年3月.

G. 受賞

数理科学研究科長賞 (2017年度)