

修士課程学生 (Master's Course Student)

田森 宥好 (TAMORI Hiroyoshi)
(FMSP コース生)

A. 研究概要

実単純リー群 $G = \widetilde{O}_0(3, 4)$ の極小表現 π と $G' = \widetilde{SL}(3, \mathbb{R})$ の最も退化した表現 π' について研究した. ここでは下付きゼロを単位元成分, 上付きチルダを普遍被覆群の意味で用いている.

具体的には π を, 放物型誘導表現上定義される, 群作用と可換な微分作用素の核空間として実現した. この実現は, Langlands parameter の放物型部分群の冪零根基が非可換である π に対しては分かっていなかった. この実現で新しく起こった現象として, 微分作用素の数が複数 (二つ) 必要であるという点と, ある部分群の極小表現への非自明な準同型が自然に得られるという点が挙げられる.

さらに π, π' がある放物型誘導表現の中でどのような関数からなるかを明示した. 今までに上記の実現が分かっていた極小表現では, 極大コンパクト群 K の表現と見たときに各既約成分の重複度が 0 か 1 だったので, 核空間に各既約成分が含まれているかどうかを確かめればよかった. 一方 π や π' では 1 より大きい重複度をもつ既約表現があるため, 核空間の K -type がどのように埋め込まれているかを決定しなければならない. 私は多くの計算から基底の一般項を予測し, それに二通りの証明を与えた. 加えてリー環の作用を具体的に書き下し, 群作用で不変な内積が存在することの直接証明を与え, その内積を K への制限に対する Parseval-Plancherel の形で求めた.

I studied the minimal representation π of $G = \widetilde{O}_0(3, 4)$ and some most degenerate representation π' of $G' = \widetilde{SL}(3, \mathbb{R})$. Here the zero subscript denotes the identity component and the tildes denote the universal cover groups.

I realized the minimal representation π as the kernel of G -differential operators defined on a parabolically induced module. This was not known for π whose nilradical of the parabolic subgroup of the Langlands parameter is not Abelian. There are two new phenomena in this realization. The first is that the realization uses several(two) G -differential operators. The second is that nontrivial homomorphisms

to minimal representations of some subgroups are given naturally.

Furthermore, I described what functions π, π' are made of in the parabolic inductions. As for other minimal representations which were already constructed, since the restriction to a maximal compact subgroup K is multiplicity-free, it is enough to check whether the kernel includes each irreducible representation of K or not. On the other hand, as for π and π' , we have to determine how each K -type of the kernel is embedded since the restriction of the parabolically induced modules to K is not multiplicity-free. By hard calculations, I predicted a basis of π and that of π' and gave two different proofs of them. I also wrote down the actions of the Lie algebras, gave direct proofs of their unitarizability, and described the invariant inner products in the Parseval-Plancherel form by using their K -types.

B. 発表論文

1. H. Tamori: "Minimal representations of $\widetilde{SL}(3, \mathbb{R})$ and $\widetilde{O}(3, 4)$ ", 東京大学修士論文 (2017).

C. 口頭発表

1. 「A unified proof of the Howe-Moore property(Corina Ciobotaru)」の紹介, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2015 年 8 月.
2. A "deformation" of two minimal representations, Berkeley-Tokyo Winter School "Geometry, Topology and Representation Theory", カリフォルニア大学バークレー校, アメリカ, 2016 年 2 月.
3. Fourier transform on the isotropic cone, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2016 年 8 月.