

協力研究員 (Associate Fellows)

北川 宜稔 (KITAGAWA Masatoshi)

A. 研究概要

リー群の表現の分岐則に関する研究を行った。簡約リー群 $G_{\mathbb{R}}$ の簡約な部分群 $G'_{\mathbb{R}}$ への分岐則の以下の項目に関する結果を得た。

1. 正則離散系列表現の分岐則
 2. $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^{G'}$ -加群の構造
 3. 重複度の一様有界性
1. 小林俊行氏によるユニタリ最高ウェイト加群の対称対への制限の研究 (1997年, 2005年, 2008年) において、重複度が一様に有界になるための条件や無重複になる十分条件が得られていた。佐藤文広氏による spherical pair に対する分岐則の安定性の結果 (1993年) を一般化し、正則離散系列表現の場合に適応することでその場合には小林氏による無重複になるための十分条件が必要条件でもあることを示した。この結果と正則離散系列表現の解析接続を用いて、対称対に制限したときに無重複になるような正則離散系列表現の分類を与えた。
2. (\mathfrak{g}, K) -加群の分岐則から、自然に絡作用素の空間 $\text{Hom}_{\mathfrak{g}', K'}(V, V')$ 上に $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^{G'}$ -加群の構造を入れることができる。 $(G_{\mathbb{R}}, G'_{\mathbb{R}})$ が対称対であるときに、離散分解する離散系列表現や、正則離散系列表現の反正則型の対称対への制限の場合に対してこの加群の長さ及び既約性を考察した。
3. (\mathfrak{g}, K) -加群や一般化 Verma 加群が離散的に分解する分岐則を持つ場合に、重複度の一様有界性と $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^{G'}$ の環の不変量の有限性との同値性を示した。

I studied the branching problem of Lie group representations. I obtained results about the following topics related to branching problems of a reductive Lie group $G_{\mathbb{R}}$ with respect to a reductive subgroup $G'_{\mathbb{R}}$:

1. a branching law of a holomorphic discrete series representation;
 2. structure of some $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^{G'}$ -modules;
 3. uniform boundedness of multiplicities.
1. In the study of the restriction of a unitary highest weight module with respect to

a symmetric subgroup by T. Kobayashi (in 1997, 2005, 2008), he gave a sufficient condition for the uniform boundedness and multiplicity-freeness of multiplicities. Generalizing a stability theorem by F. Sato (in 1993) and applying it to the case of holomorphic discrete series representations, I showed that the sufficient condition for the multiplicity-freeness is a necessary condition. Using this result and the analytic continuation of holomorphic discrete series representations, I gave the classification of multiplicity-free restrictions of holomorphic discrete series representations with respect to symmetric subgroups.

2. A branching law of a (\mathfrak{g}, K) -module induces a natural $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^{G'}$ -module structure on the space of all intertwining operators $\text{Hom}_{\mathfrak{g}', K'}(V, V')$. In the case of symmetric pairs $(G_{\mathbb{R}}, G'_{\mathbb{R}})$, I considered the length and the irreducibility of this module for discretely decomposable restrictions of discrete series representations and restrictions of holomorphic discrete series representations with respect to symmetric subgroups of anti-holomorphic type.

3. I showed that uniform boundedness of multiplicities is equivalent to finiteness of a ring invariant of $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^{G'}$ in the case of discretely decomposable branching laws.

B. 発表論文

1. M. Kitagawa: “正則離散系列表現の分岐則と複素化について”, RIMS Kokyuroku, **1977** (2015) 77–90
2. M. Kitagawa: “Stability of branching laws for highest weight modules”, Transformation Groups, **19**(4) (2014) 1027–1050.
3. M. Kitagawa: “A stability theorem for multiplicity-free varieties and its applications”, RIMS Kokyuroku, **1877** (2014) 41–49
4. M. Kitagawa: “Stability of branching laws for spherical varieties and highest weight modules”, Proc. Japan Acad. Ser. A Math Sci. **89**(10) (2013), 144–149.

C. 口頭発表

1. Uniformly boundedness of multiplicities and polynomial identities, 2016 年度表現論シンポジウム, 沖縄県沖縄市, 2016 年 11 月.
2. Algebraic aspects of branching laws for holomorphic discrete series representations, RIMS 研究集会「表現論と非可換調和解析をめぐる諸問題」, 京都大学数理解析研究所, 2016 年 6 月.
3. The BGG category \mathcal{O} and the category of generalized Harish-Chandra modules, 日本数学会・2016 年度年会, 筑波大学, 2016 年 3 月.
4. 絡作用素の空間に入る代数構造について, 表現論セミナー, 北海道大学, 2016 年 3 月.
5. Classification of multiplicity-free holomorphic discrete series representations, 日本数学会・2015 年度秋季総合分科会, 京都産業大学, 2015 年 9 月.
6. On the irreducibility of $U(\mathfrak{g})^H$ -modules, Analytic representation theory of Lie groups, カブリ数物連携宇宙研究機構, 2015 年 7 月.
7. 正則離散系列表現の分岐則と複素化について, RIMS 研究集会「表現論および関連する調和解析と微分方程式」, 京都大学数理解析研究所, 2015 年 6 月.
8. On irreducibility of $U(\mathfrak{g})^H$ -modules, AGU Workshop on Geometry and Representation Theory, 青山学院大学理工学部, 2015 年 5 月.
9. 部分群の複素化のみに依存する正則離散系列表現の分岐則の性質について, トポロジー・幾何セミナー, 広島大学, 2015 年 4 月.
10. ユニタリー表現の分岐則と複素化について, 2014 年度表現論シンポジウム, 淡路島 夢海遊, 2014 年 11 月.

D. 講義 (学生さんは記入されなくてもよい。)

E. 修士・博士論文 (学生さんは記入されなくてもよい。)

F. 対外研究サービス

G. 受賞

数理科学研究科長賞, 東京大学, 2013 年 3 月
数理科学研究科長賞, 東京大学, 2016 年 3 月

H. 海外からのビジター

連携併任講座