修士課程学生 (Master's Course Student)

レオンチエフ　アレックス (LEONTIEV Oleksii)

A. 研究概要

G を Lie 群、G' を G の閉部分群とする。さらに、(π, V) と (τ, W) を G と G' の表現とする。その時、V から W へ G'-線形作用素は対称性破れ作用素と呼ばれる。特に、π が無限次元で、G' が非コンパクトの時、対称性破れ作用素の空間 $\mathrm{Hom}_{G'}(\pi|_{G'}, \tau)$ を具体的に求めるという問題はかなり難しい。しかし最近、$O(n+1,1) \supset O(n,1)$ という特別な場合に、すべての対称性の破れ作用素が 2014、2015 年に小林俊行氏と B. Speh 氏によって完全に分類された。これはその問題の完全な答えとして、一番最初である。

私の目的は小林俊行氏と B. Speh 氏によって発展された一般な手法によって、$(G, G') = (O(p+1, q), O(p, q))$ の場合の対称性の破れ作用素を研究するということであった。具体的には、以下の問題を考えた:

問 1. 与えられた $(\lambda, \nu) \in \mathbb{C}^2$ に対して、対称性の破れ作用素の空間 $\mathrm{Hom}_{G'}(I(\lambda), J(\nu))$ を具体的に求めよ。特に、この空間の基底を具体的に求めよ。ここで、$I(\lambda) := C^\infty(G \times_P \mathbb{C}_\lambda)$ と $J(\nu) := C^\infty(G' \times_{P'} \mathbb{C}_\nu)$ は G と G' の退化主系列である。

私は本年度の研究において、この問題に完全な答えを与えた。さらに、具体的に作られた基底の元の特徴も調べた。

Let G be a Lie group and G' be its closed subgroup. Moreover, let (π, V) and (τ, W) be representations of G and G' respectively. Then, the G'-intertwining operator from V to W is called symmetry breaking operator. In particular, when π is infinitely-dimensional and G' is non-compact, the problem of explicit description of space $\mathrm{Hom}_{G'}(\pi|_{G'}, \tau)$ of symmetry breaking operators becomes highly nontrivial. However, in their recent work T. Kobayashi and B. Speh (2014,2015) were able to obtain the complete classification of symmetry breaking operators between the principal series in the setting $(G, G') = (O(n+1, 1), O(n, 1))$. To my knowledge, this is the first example of complete description of symmetry breaking operators.

My goal was to classify symmetry breaking operators between the degenerate principal series representations for the setting $(G, G') = (O(p+1, q), O(p, q))$. More precisely, the following question was posed:

Question 1. *For every pair $(\lambda, \nu) \in \mathbb{C}^2$, explicitly describe the space $\mathrm{Hom}_{G'}(I(\lambda), J(\nu))$ of symmetry breaking operators. In particular, find the explicit basis. Here $I(\lambda) := C^\infty(G \times_P \mathbb{C}_\lambda)$ and $J(\nu) := C^\infty(G' \times_{P'} \mathbb{C}_\nu)$ are the degenerate principal series representations of G and G' respectively.*

During this year I was able to give a complete answer to the latter question. Besides, I've explicitly constructed basis elements and investigated their properties.

B. 発表論文

1. O. Leontiev and P. Feketa, "A new criterion for the roughness of exponential dichotomy on $\mathbb{R}$". *Miskolc Mathematical Notes*, 16(2): 987-994, 2015;

C. 口頭発表

1. N. Wallach "Real Reductive Groups I" Sec. 3.1–3.5 の解説, リー群の表現論と群作用についての研究会, 玉原国際セミナーハウス, 2015 年 8 月.

D. 講義 (学生さんは記入されなくてもよい。)

E. 修士・博士論文 (学生さんは記入されなくてもよい。)

1. O. Leontiev , "Study of symmetry breaking operators of indefinite orthogonal groups $O(p, q)$", 東京大学修士論文 (2016).

F. 対外研究サービス

G. 受賞

1. 文部科学省奨学金 (2014–2016).

H. 海外からのビジター