

《2008 年 フンボルト賞 数学部門受賞》

小林俊行

2008 年フンボルト賞の授賞理由は、以下の三つの理論

「①リーマン幾何学の古典的な枠組みを超えた不連続群の理論、

②無限次元における対称性の破れを代数的に記述する理論、

③複素多様体における可視的作用と無重複表現の理論

を創始して、代数・幾何・解析にまたがる数学の新しい研究領域を興したこと」とのことです。この栄誉と喜びを、お世話になった方々や同じ研究に携わってきた方々とともに分かち合いたいと思っています。専門的な内容に関しては、河野俊丈先生・大島利雄先生・織田孝幸先生が執筆して下さった解説がありますので（参考文献 [1]）、ここでは、私がこれらのテーマをどのような見方でとらえてきたのか、その一端を、やわらかい言葉でお伝えしたいと思います。

■ ①局所的に均質な空間の大域的な形を探る ■

“球面のような曲がり方をしていれば、その多様体は閉じている”、“基本群が幾何構造を決定する（局所対称空間に対する Selberg - Weil - Mostow - Margulis の剛性定理）”といった古典的な定理は、20 世紀半ば以降に大きく発展したリーマン幾何学における主題の一つ

局所構造は大域構造にどのように影響するか？

の原型といえます。

ところで、自然な局所構造は、リーマン構造以外にもたくさんあります。しかし、“正定値性”をもつリーマン幾何の枠組みを離れると、上記の主題については、研究の手法そのものから開発する必要があります。

修士課程を修了したころ、筆者は、相対性理論の空間形（定曲率のローレンツ多様体）における Calabi - Markus の論文に出会い、ほどなくして、彼らが発見した不思議な現象の必要十分条件の証明に成功しました。これがきっかけとなり、リーマン幾何の枠組みを超え、一般の符号をもつ不定値計量の場合をも含む等質空間の不連続群の理論に向けて、世界に先駆けて本格的な研究に着手することになりました。

一般に、ローレンツ多様体のように計量が正定値でない空間では、離散群の等長変換としての作用が、必ずしも真性不連続にはなりません。これに起因して、古典的に研究されていたリーマン対称空間の不連続群論とは著しく異なる現象が存在します。そこで、個別の幾何的な設定にとらわれずに、その原因を理解するのがまずは肝心であると考え、変換群の内部の二つの非コンパクトな部分集合の位置関係を評価するという新しい見地に立って、真性不連続性の判定を行う方法を開発することから始めました。

局所幾何構造が均質性をもつ場合は、“不連続群”が大域的な形を統制します。そこで、上記の手法を、個々の幾何に応用することによって、局所均質構造を持つ閉じた大域形の存在問題、剛性、幾何構造の変形などの研究にテーマを広げています（参考文献 [2]）。

■ ②良い砕き方の理論 ■

海辺でスイカ割りをするのを思い浮かべてみましょう。下手に割ると大変ですが、きれいに割ることができれば、美味しくいただけるでしょう。スイカを既約表現、割る方向を部分群としたときに、きれいに割る方法を与えるのが“離散分岐則の理論”です。この理論の基礎となる部分は、複素幾何的手法（第一論文）、超局所解析（第二論文）、代数的表現論（第三論文）の三部作（参考文献 [3]）で行いました。

表現が無次元の場合には、“きれいに砕ける”という方が稀です。“良い砕き方”の枠組みができたことによって、その後、

- ②-a) 「砕けた破片」として新しい表現を発見する、
- ②-b) 「砕くこと」を、もとの構造を知る手がかりとして使う、
- ②-c) 「砕け方」そのものが研究テーマとなる

と、さまざまな形で研究が広がり、深化しています。“良い砕き方”の理論は、表現論以外の分野でも、以下のような局面などで道具として役立っており、嬉しく思っています。

- ②-d) 非対称な等質空間上の大域解析（たとえば PDE 系の離散スペクトラムの構成）、
- ②-e) モジュラー多様体の Hodge 成分の消滅定理。

■ ③Only One(ただ一つ)を生みだす機構の理論 ■

“一期一会”、“唯一無二”、“二の矢を継がない”。古人も認識していたように、格別に大事なことの背景には、「同じものが二度と現れない」という状況があることが多いものです。

解析学の有用な展開定理の中には、対称性が隠れていて、その対称性は同じ既約表現が二度現れることがないという性質をもっていることがよくあります。このような対称性を系統的に生み出すマシンとして、複素多様体上の“可視的作用”と名付けた概念を導入し、その概念から“無重複表現”が生まれる原理を発見しました。

フンボルト賞の授賞対象となったのは上述の三つの研究ですが、最近は

■ ④極小表現の解析 ■

に没頭しています。このテーマだけで、この数年間に 500 ページほどの論文を著したのですが、書くのが追いつかないほど内容の豊かなテーマです。“根源的な無限次元表現”の自然な姿を探し求めて、擬リーマン多様体の共形不変量、超双曲型方程式の解の保存量、錐上の“Fourier 変換”、特殊関数などに話題が広がっています。

*** フンボルト賞 ***

ドイツの博物学者アレクサンダー・フォン・フンボルトに由来する国際賞。フンボルトは 1769 年にベルリンの貴族の家に生まれました。ゲッティンゲン大学に学んだ後、世界各地を自ら探検調査し、気象や動植物、地形を研究、地球規模の様々な現象を科学法則としてとらえ、近代地理学の基礎を築きました。その名はフンボルト海流やフンボルト・ペンギンにも残っています。

フンボルト賞は人文学や社会学、数学、物理学、化学、医学、法学などの分野を対象としています。

ノーベル賞とフンボルト賞の両方を受賞した研究者はこれまでに 40 名を数えます。

参考文献

- [1] 河野俊丈：「小林俊行氏のフンボルト賞受賞に寄せて」数学通信 13 巻 3 号（2008）；大島利雄：数学通信 11 巻 4 号（2007）；大島利雄・織田孝幸：数学 51 巻 4 号（1999）。
- [2] T. Kobayashi（分担執筆）：Mathematics Unlimited, 2001, Springer.（邦訳：数学の最先端 21 世紀への挑戦）
- [3] T. Kobayashi: Part I. Invent. Math. 1994; Part II. Ann. of Math. 1998; Part III. Invent. Math. 1998; Progr. Math. 2005.