Lie Groups and Representation Theory Seminar at the University of Tokyo

リー群論・表現論セミナー

DATE June 28 (Tue), 2022, 17:00–18:00

PLACE Online

SPEAKER **Ryosuke Nakahama (中濱良祐)** (Kyushu University)

TITLE Computation of weighted Bergman inner products on bounded symmetric domains and Plancherel-type formulas for $(Sp(2r,\mathbb{R}), Sp(r,\mathbb{R})\times Sp(r,\mathbb{R}))$
$(Sp(2r,\mathbb{R}), Sp(r,\mathbb{R})\times Sp(r,\mathbb{R}))$ に対する有界対称領域上の重み付き Bergman 内積の計算と Plancherel 型公式

ABSTRACT Let $(G,G_1)=(G,(G^\sigma)_0)$ be a symmetric pair of holomorphic type, and we consider a pair of Hermitian symmetric spaces $D_1=G_1/K_1\subset D=G/K$, realized as bounded symmetric domains in complex vector spaces $\mathfrak{p}_1^+:=(\mathfrak{p}^+)^\sigma\subset\mathfrak{p}^+$ respectively. Then the universal covering group $\widetilde{G}$ of G acts unitarily on the weighted Bergman space $\mathcal{H}_\lambda(D)\subset\mathcal{O}(D)=\mathcal{O}_\lambda(D)$ on D for sufficiently large λ. Its restriction to the subgroup $\widetilde{G}_1$ decomposes discretely and multiplicity-freely, and its branching law is given explicitly by Hua–Kostant–Schmid–Kobayashi's formula in terms of the $\widetilde{K}_1$-decomposition of the space $\mathcal{P}(\mathfrak{p}_2^+)$ of polynomials on $\mathfrak{p}_2^+:=(\mathfrak{p}^+)^{-\sigma}\subset\mathfrak{p}^+$. Our goal is to understand the decomposition of the restriction $\mathcal{H}_\lambda(D)|_{\widetilde{G}_1}$ by studying the weighted Bergman inner product on each $\widetilde{K}_1$-type in $\mathcal{P}(\mathfrak{p}_2^+)\subset\mathcal{H}_\lambda(D)$. Today we mainly deal with the symmetric pair $(G,G_1)=(Sp(2r,\mathbb{R}),Sp(r,\mathbb{R})\times Sp(r,\mathbb{R}))$.

$(G,G_1)=(G,(G^\sigma)_0)$ を正則型の対称対とし，Hermite 対称空間の組 $D_1=G_1/K_1\subset D=G/K$ をそれぞれ複素ベクトル空間 $\mathfrak{p}_1^+:=(\mathfrak{p}^+)^\sigma\subset\mathfrak{p}^+$ 内の有界対称領域として実現する．このとき，G の普遍被覆群 $\widetilde{G}$ が D 上の重み付き Bergman 空間 $\mathcal{H}_\lambda(D)\subset\mathcal{O}(D)=\mathcal{O}_\lambda(D)$ にユニタリに作用する．これを部分群 $\widetilde{G}_1$ に制限したものは離散かつ無重複に分解し，その分岐則は $\mathfrak{p}_2^+:=(\mathfrak{p}^+)^{-\sigma}\subset\mathfrak{p}^+$ 上の多項式の空間 $\mathcal{P}(\mathfrak{p}_2^+)$ の $\widetilde{K}_1$-分解を用いた Hua–Kostant–Schmid–小林の公式によって具体的に与えられる．私たちの目標はこの制限 $\mathcal{H}_\lambda(D)|_{\widetilde{G}_1}$ の分解を，$\mathcal{P}(\mathfrak{p}_2^+)\subset\mathcal{H}_\lambda(D)$ の各 $\widetilde{K}_1$-タイプ上で重み付き Bergman 内積を計算することによって理解することである．本講演では主に対称対 $(G,G_1)=(Sp(2r,\mathbb{R}),Sp(r,\mathbb{R})\times Sp(r,\mathbb{R}))$ の場合を扱う．