数理科学続論 C/基礎数理特別講義 (冬学期)

共形変換群と無限次元表現論

冬学期 (開講 10 月 21 日) 木曜日 10:40-12:10　　小林 俊行

この講義では, 定曲率の (擬) リーマン多様体上の大域解析と関連する無限次元表現論に関する最新の (主にまだ文献に現れていない) 話題を, 共形変換群 (conformal transformation group) の立場から初等的に解説する。

主要な手法となるのは, 擬リーマン多様体上の山辺作用素の共形変換に関する変換公式である。この公式を大まかにいえば, 1 変数の函数論で周知の事実

「調和函数と正則函数 (共形変換) を合成すると再び調和函数が得られる」

を高次元に一般化したときの「ずれ」をスカラー曲率で調整したものであり, 山辺の古典的な結果 (1960) に遡る。この公式を群論的に解釈することによって, 共形変換群の「自然な」無限次元表現を構成し, その functorial property を調べる。

得られた一般論を定曲率の擬リーマン多様体の場合に適用することにより,

- 最近ユニタリ表現の分類の立場から注目されている極小表現についての解析的な性質,
- Appell の超幾何函数と reduction, Jacobi 函数, Bessel 函数などの古典的な特殊函数,
- Howe の dual pair 対応の一般化,
- 最小固有値をもつ場合にのみ生じる離散系列表現の隠れた対称性,

などとの自然な関連が現れる。これらの話題については時間が許す範囲で解説する。

４年生でも理解できるように, 講義には特別な予備知識を仮定せず, 必要に応じて講義中に基礎事項の要点を解説する。最初の数回は, 擬リーマン幾何, 山辺作用素と共形変換についての基礎事項を解説する。以後は, それをもとに共形変換群の無限次元表現論を展開する予定である。

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX