# The 17th Takagi Lectures

June 18 (Sat), 2016
Research Institute for Mathematical Sciences
Kyoto University, Kyoto, Japan

## ABSTRACT

### Kenji Fukaya:

***Categorification of Invariants in Gauge Theory and Symplectic Geometry***
**（ゲージ理論とシンプレクティック幾何学における不変量のカテゴリー化について）**


Categorification of invariants is a topic studied in various branches of geometry. The first proposal of this kinds seem to be G. Segal's axiom of conformal field theory, which was in the first half of 1990's. Around the same time, Instanton Floer homology of 3 manifolds appeared and its relation to Donaldson invariant of 4 manifold was discovered. To extend this Donaldson–Floer story to one including 2 dimensional case was studied also in the first half of 1990's. Atiyah–Floer conjecture can be regarded as a part of such study. The motivation I defined a category out of Lagrangian Floer theory of symplectic manifold was actually to apply it to this gauge theory problem. After Seiberg–Witten invariant appeared and Ozsváth–Szabó reconstruct it with minimum use of PDE, the mainstream of the research goes away from instanton Floer homology and its categorification. However actually the basic idea in the categorification of instanton Floer homology are used in the very basic part of the construction of Ozsváth–Szabó's construction. It seems that gauge theory in 2-3-4 dimension is now being built in that formulation. On the other hand, the categorification of Lagrangian Floer theory making progress now and it turn out the final result is a construction of (higher) functor from the 'category of all symplectic manifold' to the 'category of all A infinity categories'. The categorification of Lagrangian Floer theory can serve as a foundation of categorification of Instanton Floer homology also. I would like to explain some of such study.

不変量のカテゴリー化は１９９０年代から幾何学の種々の分野で盛んに行われている。その最初の提案はG. Segalによる共形場の理論の公理化であろう。その頃、３次元多様体のフレアーホモロジー（インスタントンホモロジー）が現れ４次元のドナルドソン不変量の境界付き多様体への一般化を与えることが見出された。これを２次元多様体を含む場合へ一般化することは、当時様々な形で問題とされた。例えば、アティヤー・フレアー予想と呼ばれる予想はその一部とみなすことができる。シンプレクテック多様体のラグランジュ部分多様体のフレアー理論から圏を構成することを９０年代に筆者が研究した元来の目的はこの２－３－４次元のゲージ理論の構成であった。サイバーグウィッテン不変量が表れ、それがオスバス・サボーの不変量として偏微分方程式をほとんど用いない形で作り変えていく中で、インスタントンホモロジーやそのカテゴリー化は表舞台から消えたかのように思えるが、実は、オスバス・サボーの不変量の考え方そのものの中に、ゲージ理論のカテゴリー化は組み込まれている。オスバス・サボーの不変量の枠組みの中で、２－３－４次元のゲージ理論はまとまりつつあると思われる。一方、シンプレクテック多様体からの圏を構成は、「シンプレクティック多様体の圏」から「A無限大圏の圏」への函手（あるいは高次の函手）の構成として、より「カテゴリー化」されつつあり、またその基礎の元に、元来のフレアーホモロジーのカテゴリー化も進展しつつある。このような研究の一部について、ご説明したい。