

齋藤 毅 (SAITO Takeshi)

#### A. 研究概要

今年度は、主に、A. Abbes 氏と共同で、 $\ell$  進層の特性類について研究した。 $\ell$  進層の特性類は、本質的には SGA5 で定義されているが、そのことは長い間気づかれていなかった。この特性類と、昨年度加藤氏と研究した Swan 類との関係を研究した。例えば、代数曲線上の階数 1 の層の場合に、曲線の直積の blow-up をとることで、両者の関係を示した。これは、古典的な Grothendieck-Ogg-Shafarevich 公式の別証を与えるものである。また、高次元の一般の層についても、例えば特異点の解消を仮定すれば、両者の関係が得られることを示した。以上の結果については、Abbes 氏と共著の論文を作成中である。

このほか、加藤氏とひきつづき高次元のスキームの分岐理論を研究した。スキームの射による層の順像の Swan 類についての公式が証明できたので、これについて加藤氏と共著の論文を作成中である。

I have studied, jointly with A. Abbes, the characteristic class of an  $\ell$ -adic sheaf. Its definition is essentially contained in SGA5 but never has been pointed explicitly. I studied its relation with the Swan class, that I studied with Kato last year. For example, I prove a relation between them for a sheaf of rank 1 on a curve, by taking blow-ups on the diagonal in the product. This gives a new proof of the classical Grothendieck-Ogg-Shafarevich formula. I also established their relation in the general case, assuming resolution of singularities. I am writing a joint paper with Abbes.

I also studied jointly with Kato ramification theory of schemes in higher dimension. I have proved a formula for the Swan class of the direct image of a sheaf by a map of schemes. I am writing a joint paper with Kato.

#### B. 発表論文

1. K.Kato and T.Saito “Conductor formula of Bloch”, Publications Mathematiques, IHES 100, (2004), 5-151.
2. T.Saito “Log smooth extension of family of curves and semi-stable reduction”, Journal of Algebraic Geometry, 13 (2004), 287-321

3. T.Saito “Weight spectral sequence and independence of  $\ell$ ”, Journal de l’Institut de Mathematiques de Jussieu 2, (2003), 1-52.
4. A.Abbes and T.Saito “Ramification of local fields with imperfect residue fields II”, Documenta Mathematica, Extra Volume Kato (2003), 3-70 .
5. A.Abbes and T.Saito “Ramification of local fields with imperfect residue fields”, American J. of Mathematics, 124.5 (2002), 879-920.
6. T.Saito “Weight-monodromy conjecture for  $\ell$ -adic representations associated to modular forms, A supplement to the paper [10]”, in B.B.Gordon et al.(eds.), The arithmetic and geometry of algebraic cycles, (2000) 427-431.
7. Q.Liu and T.Saito “Inequality for conductor and differentials of a curve over a local field,” J. of Algebraic Geometry 9 (2000) 409-424.
8. T.Saito “Parity in Bloch’s conductor formula in even dimension”, to appear in Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux.
9. K.Kato and T.Saito “Ramification theory for varieties over a perfect field”, submitted.
10. T.Saito “Note on Stiefel-Whitney class of  $\ell$ -adic cohomology”, (preprint).

#### C. 口頭発表

1. Euler-Poincare characteristic of  $\ell$ -adic sheaves on a variety of characteristic  $p > 0$ , Tsinghua Univ., 2004.5, NCTS Summer School in Algebraic Geometry, 清華大学 (台湾), 2004.7.6, Univ. Paris 13, 2004.7.16, L-functions and Galois representations (イギリス), 2004.7.29
2. 高次元のスキームにおける分岐 (加藤和也氏との共同研究), 代数的整数論とその周辺 京大数理研 2004.12.9
3. The characteristic class and the Swan class of an  $\ell$ -adic sheaf (joint work with Ahmed Abbes and Kazuya Kato), Arithmetic and Algebraic Geometry, University of Tokyo, 2004.12.20 Hodge Theory and Log Geom-

- etry, JAMI, Johns Hopkins Univ. (アメリカ), 2005.3.16.
4. Lefschetz trace formula for open varieties and its application to ramification theory, (joint work with Kazuya Kato), 東大数理, 2004.1.
  5. Conductor formula of Bloch, 九大, 2000.5, Log geometry 国際研究集会 安曇野, 2000.7, JAMI (Johns Hopkins 大) USA, 2001.3, Ecole normale Sup. 2001.6.
  6. Weight spectral sequences and independence of  $\ell$ , 代数学コロキウム 東大, 2001.10, Conference on arithmetic geometry, KIAS, 韓国 2001.10, 早稲田, 2002.3. 日本数学会代数学シンポジウム, 室蘭, 2002.8 L-function and arithmetic, Münster, Germany, 2002.9
  7. Ramification of local fields with imperfect residue fields, 北海道大学 2001.1 Arithmetic Geometry and Iwasawa theory, 東大 2001.4, Algebraic Number theory, Oberwolfach 研究所, Germany 2001.6, Conference on ramification in arithmetic geometry, Paris 北大, France, 2002.9 京大数理研, 2002.12
  8. Deligne と Weil 予想, Encounter with Mathematics, 中央大学理工学部, 2002.12.
  9. 数論幾何における Galois 表現, 日本数学会年会, 慶応大, 2001.3.
  10. Stiefel-Whitney class of  $\ell$ -adic cohomology, Bordeaux 大, 2001.6.

#### D. 講義

1. 数学 IB (教養学部前期課程講義) : 微積分
2. 数理科学 I (教養学部前期課程講義) : 微積分の続き
3. 数学統論 XA、整数論 (数理大学院・4年生共通講義) : エタール・コホモロジーおよびその Euler 数を与える公式

#### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 望月 哲史 (MOCHIZUKI Satoshi): Motivic interpretation of Milnor  $K$ -groups attached to Jacobian varieties
2. (課程博士) 新井 啓介 (ARAI Keisuki) On uniform lower bound of the Galois images

associated to elliptic curves

3. (課程博士) 服部 新 (HATTORI Shin) Ramification of  $p$ -power torsions of an elliptic curve over a local field
4. (課程博士) 山下 剛 (YAMASHITA Go)  $p$ -adic étale cohomology and crystalline cohomology for open varieties with semi-stable reduction
5. (修士) 竹中 大輔 (TAKENAKA Daisuke) 完全とは限らない剰余体を持つ標数  $p$  の局所体の  $p^2$  次巡回拡大のフィルトレーション

#### F. 対外研究サービス

1. Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu, エディター
2. Journal de théorie des nombres de Bordeaux, エディター
3. Documenta Mathematica, エディター
4. 日本数学会編「数学辞典」, 「整数論」専門編集員
5. 研究集会 Arithmetic and Algebraic Geometry, コオーガナイザー

#### G. 受賞

- 日本数学会賞春季賞 2001.3.