

教授 (Professor)

齋藤 毅 (SAITO Takeshi)

A. 研究概要

正標数の代数多様体上の ℓ 進層と, 複素多様体上の \mathcal{D} 加群の間には著しい類似がある. この類似に基づけば, \mathcal{D} 加群と同様に ℓ 進層についても, その特性サイクルが余接束上のサイクルとして定義されると期待される. 昨年度は, 曲面上の ℓ 進層に対し特性サイクルを定義し, 曲線への平坦射の孤立特異点での消失輪体についての Milnor 公式と, Euler 数についての指数公式を証明した.

今年度はこの証明を分析し, 高次元化を研究した. 特性サイクルの台は特異台とよばれる, より基本的な定性的対象であり, 局所非輪状性を用いて定義されると期待される. 特異台は, 余次元 2 以上の部分をのぞけば分岐理論を用いて構成される. 特異台の存在を仮定して, 特性サイクルを定義し, Milnor 公式と指数公式を証明した.

A strong analogy is observed between ℓ -adic sheaves on varieties in characteristic $p > 0$ and \mathcal{D} -modules on complex manifolds. According to this analogy, the characteristic cycle of an ℓ -adic sheaf is expected to be defined as a cycle on the cotangent bundle, similarly to that of a \mathcal{D} -module. I defined the characteristic cycle of an ℓ -adic sheaf on a surface and proved a Milnor formula for vanishing cycles at an isolated characteristic point of a flat morphism to a curve and the index formula for the Euler-Poincaré characteristic, last year.

This year, I analyzed the proof and studied generalization to higher dimension. The support of the characteristic cycle called the singular support is of more basic and qualitative nature and is expected to be defined by using local acyclicity. The singular support is in fact defined by using ramification theory at least on the complement of a closed subset of codimension ≥ 2 . Assuming the existence of singular support, I defined the characteristic cycle and proved a Milnor formula and the index formula.

B. 発表論文

1. K. Kato and T. Saito “Ramification the-

ory for varieties over a local field,” *Publications Mathematiques, IHES.* 117, Issue 1 (2013), 1-178

2. T. Saito “The second Stiefel-Whitney classes of ℓ -adic cohomology,” *Journal für die reine und angewandte Mathematik,* (2013), Issue 681, 101-147.
3. T. Saito “The determinant and the discriminant of a hypersurface of even dimension,” *Mathematical Research Letters.* 19 (2012), no. 04, 855-871
4. T. Saito “Ramification of local fields with imperfect residue fields III”, *Mathematische Annalen,* 352, Issue 3 (2012), 567-580.
5. A. Abbes and T. Saito “Ramification and cleanliness”, *Tohoku Mathematical Journal, Centennial Issue,* 63 No. 4 (2011), 775-853.
6. A. Abbes and T. Saito “Local Fourier transform and epsilon factors”, *Compositio Mathematica,* 146-6, (2010) 1507-1551.

C. 口頭発表

1. The characteristic cycle and the singular support of an étale sheaf, Workshop of arithmetic geometry in Tohoku, October 30, 2014. 13:30-14:20. Arithmetic and Algebraic Geometry (Shioda 75), UTokyo, School of Math. Sci., Lecture hall, January 31, 2015, 11:20-12:20
2. On the characteristic cycle of an ℓ -adic sheaf, Journées de géométrie arithmétique de l’IHÉS 25-26 septembre 2014 IHÉS(フランス), 25 10h30-11h30, 14h00-15h00, 26 10h30-11h30.
3. ℓ 進層の分岐と特性多様体、第三回九州合同セミナー 2014 年 1 月 11 日 佐賀大学, Characteristic cycles of a constructible sheaf on a surface, Arithmetic and Algebraic Geometry 2014, 東大数理大講義室 2014 年 1 月 29 日, Conference on Motives and Galois groups on the occasion of Uwe Jannsen’s 60th birthday, March 12 14:00-15:00, 2014, University of Regensburg(ド

- イツ). Geometry and Arithmetic of Surfaces, March 18 10:00-11:00, 2014 LMU and TU Munich(ドイツ).
4. The monodromy weight conjecture and perfectoid spaces (after Peter Scholze), VI-ASM Annual Meeting 2013, Hanoi, July 20-21, 2012.
 5. Wild ramification and the cotangent bundle, 25/01/13 KIAS number theory seminar, 20/02/13 IPMU Inter-disciplinary Colloquium, 13/03/13 IHES Seminaire de mathematiques, 19/03/13 ENS a Lyon, 03/07/13 AMC 2013, Busan, 24/07/13 PANT (Pan Asia Number Theory) conference, VIASM,
 6. Introduction to wild ramification of schemes and sheaves, Arizona Winter School 2012: Ramification and Geometry March 10-14, 2012, University of Arizona in Tucson Uni Padova March 19-30, 2012
 7. Discriminant and determinant of a hypersurface of even dimension, 2011年7/27(水)代数学コロキウム 東大数理 123教室, 仙台シンポジウム 2011年8/2(火)、Une apres-midi de Geometrie Arithmetique a l'IHES 12 septembre, 2011, 2011 Japan-Taiwan Mini workshop on Arithmetic Algebraic Geometry and related topics, Nov. 17-19. Number theory seminar, University of Chicago, 2012 Jan. 18, Arithmetic and Algebraic Geometry 2012 Univ. of Tokyo, 2012 Feb. 17.
 8. Second Stiefel-Whitney class of ℓ -adic cohomology, 東北大学代数幾何セミナー、2011年1月14日(金) Geometrie Arithmetique et motivique, CIRM, 19 septembre 2011. Galois Representations and Arithmetic Geometry, Institut de Mathematiques de Bordeaux, 15:15-16:15, July 11 2012. Orsay, 26-03-2013,
 9. An ℓ -adic Riemann-Roch formula (joint work with Kazuya Kato), Geometric Langlands seminar, University of Chicago, 2012 Jan. 16, Conf. in honor of Jean-Marc Fontaine, IHP フランス, March 25, Regulator III, Barcelona スペイン, July 20, 代数的整数論とその周辺 数理研 2010年12月6日
 10. Wild ramification of schemes and sheaves, ICM, Hyderabad インド, August 27, PANT, Kyoto 日本, September 17, Witt vectors, foliations, and absolute de Rham cohomology, Nagoya 日本 2010 Nov 24, Seoul-Tokyo Conference on Arithmetic and Algebraic Geometry KIAS ソウル 2010 Nov. 26, Arithmetic and Algebraic Geometry 2011 東京 Jan. 22. 2010
- D. 講義
1. 数学 I : 微積分 (教養学部前期課程講義) .
 2. 数理科学 I : 微積分の続き (教養学部前期課程講義) .
 3. 1 進層の分岐と特性多様体、大阪大学理学研究科 2014年5月12日(月)–16日(金) (集中講義)
- E. 修士・博士論文
- F. 対外研究サービス
1. 第14回高木レクチャー 11月15,16日オーガナイザー
 2. 玉原数論幾何研究集会 2014, 6月2日(月)–6月5日(木) オーガナイザー
 3. 第59回代数学シンポジウム 2014年9月8日(月)から11日(木) 東京大学大学院数理科学研究科 大講義室, 会場責任者
 4. Documenta Mathematica, エディター
 5. Japanese Journal of Mathematics, エディター
- G. 受賞
- H. 海外からのビジター