

### A. 研究概要

今年度も, Abbes 氏と協力して分岐理論の研究を続けた. 主に幾何的な場合に, 正規交叉因子に沿った分岐を調べた. ガロワ被覆の分岐について, 直積への対角的な作用による商を調べるのが, 従来の Hom 層を調べる方法よりも優れた点があることがわかった. 特に, 分岐群の次数商の指標と対応する, 接空間の Artin-Schreier 被覆の, 自然な構成が得られた. log smooth 忠実平坦降下も示すことで,  $p$ -シロー群が正規である場合に, 分岐のようすが余次元 1 で判定されるという純性を示すこともできた.

局所体上の多様体の  $\ell$  進層に関する導手公式の一般化である Riemann-Roch 型公式についての加藤和也氏との共著論文を, かなり完成に近づけることができた.

I continued the study of ramification theory with Ahmed Abbes. We studied the ramification along a divisor with normal crossings, mostly in geometric case. For the ramification of a Galois covering, we find some advantage to work with the quotient by the diagonal action on the product, against the previous method using the Hom-sheaves. In particular, we obtain a natural construction of an Artin-Schreier covering of the twisted tangent space corresponding to the graded quotient of ramification group. Assuming that the  $p$ -Sylow subgroup is normal, we obtain a purity that the ramification is controlled in codimension one, as a consequence of log smooth faithfully flat descent.

The joint paper with Kazuya Kato on the formula of Riemann-Roch type generalizing the conductor formula for varieties over a local field, is getting close to completion.

### B. 発表論文

1. T. Saito “Hilbert modular forms and  $p$ -adic Hodge theory” *Compositio Mathematica*, 145-5, (2009) 1081-1113.
2. T. Saito “Wild ramification and the characteristic cycle of an  $\ell$ -adic sheaf” *Journal de l’Institut de Mathematiques de Jussieu*, (2009) 8(4), 769-829

3. A. Abbes and T. Saito “Analyse microlocale  $\ell$ -adique en caractéristique  $p > 0$ : Le cas d’un trait”, *Publications RIMS* 45-1 (2009) 25-74
4. K. Kato and T. Saito “Ramification theory for varieties over a perfect field”, *Annals of Math.* 168 (2008), 33-96.
5. A. Abbes and T. Saito “The characteristic class and ramification of an  $\ell$ -adic etale sheaf”, *Inventiones Math.* 168 No. 3 (2007) 567-612
6. A. Abbes and T. Saito “Local Fourier transform and epsilon factors” arXiv:0809.0180, accepted for publication at *Compositio Mathematica*.

### C. 口頭発表

1. Characteristic cycle of an  $\ell$ -adic sheaf (Tsinghua, Beijing, 2009 August 19, East Asia number theory conference, Aug. 19-22, Tsinghua Univ.)
2. 分岐理論の現状と展望 1月13日(火) 分岐理論 合宿型セミナー 神戸フルーツフラワーパーク
3. Local Fourier transform and epsilon factors, (Tambara (2008 June 29, Workshop on Arithmetic and Algebraic Geometry)) 代数幾何研究集会 東大数理 (July 3)) (Rennes, 2009 July 10, Journées arithmétiques de Rennes, July 6-10, Univ. de Rennes)
4. Wild ramification and the characteristic cycle of an  $\ell$ -adic sheaf, Chicago (March 14, 2007), A Conference Dedicated to the Mathematical Heritage of Spencer J. Bloch, Fields Institute, Toronto, March 19-23, 2007, Tokyo (April 11, 2007), mini-conference on Arithmetic Geometry, Galois representations and modular forms, Paris 13, June 6-8, 2007, *Algebraische Zahlentheorie*, June 17-23, 2007, Oberwolfach, Algebraic Analysis and Around in honor of Professor Masaki Kashiwara’s 60th birthday, Kyoto RIMS, June 25-30, 2007, Rennes (5 juillet, 2007)
5. Automorphic forms and  $\ell$ -adic representations 4, Ecole d’été sur la conjecture de

- modularite de Serre, 8-20 juillet, 2007, Luminy
6. Galois representations and modular forms. July 17-22, 2006. IHES 数論幾何サマースクール.
  7. l進層の特性類と分岐、2006年8月7日、東京大学、日本数学会 代数学シンポジウム.
  8. Ramification of schemes over a local field (joint work with K. Kato), Sept. 4, 2006, El Escorial EU network midterm conf., Sept. 13, 2006, RIMS. Conf. on Arith. Alg. Geom.
  9. Characteristic class and microlocal analysis on an  $\ell$ -adic etale sheaf (joint work with A. Abbes). International Conference on arithmetic geometry and automorphic forms, 2005.8.15, 南開大学 (中国) .
  10. Ramification theory of schemes in mixed characteristic case (joint work with K. Kato). Conference of algebraic geometry in honor of Luc Illusie, 2005.6.28, Orsay (フランス) .

#### D. 講義

1. 整数論・代数学 XH: ガロワ表現についての専門的な講義. 保形形式にともなうガロワ表現の構成, 2次元法  $p$  表現に関するセール予想の定式化と証明の方針, 保形性もちあげ定理, 法  $p$  表現のもちあげ定理など. (数理大学院・4年生共通講義)
2. 代数と幾何: 線形代数. 1年で学ぶ数学 II にひきつづいて, ジョルダン標準形などの自己準同形の詳しい性質や, 双対空間, 商空間などの抽象的な構成など. (理学部2年生(後期))

#### E. 修士・博士論文

1. (博士) 津嶋 貴弘 (TSUSHIMA Takahiro): Elementary computation of ramified components of Jacobi sum Hecke characters (ヤコビ和量指標の分岐成分の初等的な計算)
2. (修士) 藤田 堯 (FUJITA Takashi): 離散対数問題が困難な楕円曲線の構成について

#### F. 対外研究サービス

1. 第6回高木レクチャー6月6日(土) 7日(日), 第7回高木レクチャー, 11月21日(土) 23日(月), オーガナイザー
2. 代数的整数論とその周辺、2009.12.7-11, 東大数理大講義室、副代表者
3. 高木貞治 50 年祭記念事業実行委員
4. Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu, エディター
5. Journal de théorie des nombres de Bordeaux, エディター
6. Documenta Mathematica, エディター
7. Japanese Journal of Mathematics, エディター

#### H. 海外からのビジター

Thomas Geisser 教授が冬学期に滞在し, "Motivic cohomology and class field theory of arithmetic schemes" と題した講義を行った. 講義の概要は, 次のとおりである.

There has been lots of progress on class field theory of arithmetic schemes in recent years. The original theorem of Bloch-Kato-Saito has been simplified and generalized in various directions by two approaches: The first is an idelic proof by Kerz-Schmidt-Wiesend, the other is Kato's conjecture and results of Jannsen-Kerz-Saito. We are planing to give an outline of these results, and some of our own related work.