

数学 IB 演習問題 (2002.4.24)

問題 2.1  $\sin 31^\circ$  の値を次のようにして小数点以下 5 桁まで求めよ。ただし

$$\sqrt{3} = 1.732050807\dots, \quad \pi = 3.141592653\dots, \\ \sqrt{3}\pi = 5.441398091\dots, \quad \pi^2 = 9.869604397\dots$$

は使ってよい

1. 2 次式  $f_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  で

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - f_2(x)}{x^2} = 0$$

をみたすものを求めよ。

2. 不等式

$$\left| \sin 31^\circ - f_2\left(\frac{\pi}{180}\right) \right| < 10^{-6}$$

を示せ。

3.  $\sin 31^\circ$  の値を小数点以下 5 桁まで求めよ。

問題 2.2 次の関数  $f(x)$  の  $n$  階導関数  $f^{(n)}(x)$  を求めよ。

$$(1) \quad (1+x^2)e^x, \quad (2) \quad (1+x)^a \quad (a \text{ は実数}).$$

問題 2.3  $f(x)$  を  $n$  次式とする。

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f^{(2)}(a)}{2}h^2 + \frac{f^{(3)}(a)}{3!}h^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}h^n$$

であることを示せ。

問題 2.4  $f(x) = x^2 - \frac{1}{100}x$  とおく。関数  $f_0(x), f_1(x)$  を

$$f_0(x) = f(0), \quad f_1(x) = f(0) + f'(0)(x)$$

で定める。

1.  $f\left(\frac{1}{100}\right), f_0\left(\frac{1}{100}\right), f_1\left(\frac{1}{100}\right)$  を求めよ。

2. 平均値の定理を使って、 $0 < x \leq \frac{1}{100}$  に対し、

$$|f(x) - f_0(x)| \leq \frac{1}{100}x$$

がなりたつことを示せ。

3.  $a$  を  $0 < a \leq \frac{1}{100}$  をみたす実数とする。平均値の定理を使って、 $0 < x \leq a$  に対し、

$$|f(x) - f_1(x)| \leq 2ax$$

がなりたつことを示せ。

4. 2 と 3 をくらべて、 $f_1(x)$  のほうが  $f_0(x)$  よりもよい  $f(x)$  の近似値となるための  $a$  についての条件を求めよ。