ちょっと一言

数学研究・教育活動の場

- 同じ時期でも、地域によって、事情は大きく異なっていることに注意。特に、大陸と英国圏は大きな違いがある。
- 個人差も大きい。家庭教師から学んだ、諸侯のおかかえの数学者だったという事情もあるので、個別の数学者について見ていく必要がある。

大学…12 世紀頃から設立。この体制がおおむね 18 世紀末頃まで続く。

学芸学部：自由 7 学科

３科＝文法・修辞・弁証術（論理学）

４科＝算術・幾何・天文学・音楽（理論）

上級学部：神学部・法学部・医学部

講義はラテン語。

✧ 大学では数学の教員は、主として学芸学部で教えている。(上級学部より待遇が悪い？)

✧ 先端の数学研究をするのに、「大卒」である必要はないが、「大卒」の「数学者」は原則として、上記 3 学部出身。たとえば

神学部：Jacob Bernoulli, Euler

法学部：Fermat・Viète・Leibniz・Descartes(＝医学も学ぶ)

医学部：Cardano・Galilei (=中退)・Johan Bernoulli　など

職人・商人向けの数学教育…中世後期から 16-17 世紀頃まで

大学と並行して、ヨーロッパ各地でなされる。

○商人向け算法学校の「算法教師」(イタリア) ＝16 世紀頃まで

○葡萄酒樽計量専門家「公的計算術師」(ドイツ)

といった数学者集団を形成する。

✧ 算法教師たちも数学研究を試みている。

✧ 代数学などは算法教師から大学へと普及

であることに注意。

Marin Mersenne (1588-1648)のサークル

Mersenne を中心とする数学者の集まりが新しい着想について議論するために、定期的な会合を持っていた。彼は、サークルの記録や通信を行う事務局として活動し、いろいろな情報源から資料を入手し、それを複写して、広範囲に配布した。数学者Aが、新しい着想を得ると、Mersenne に手紙を書く。彼は、それを読んで、似たような問題意

識を持つ数学者Ｂに情報を提示する。それを読んだＢの反応が、Mersenne に送られる、というようにして情報交換が成り立っていた。「Mersenne 宛に送られた文書・書簡」という出典をしばしば見かけるのは、このような事情からである。

科学アカデミー

17 世紀から各地に科学アカデミーや学会が設立され、研究活動の拠点となる。18 世紀頃からは、著名な研究者の多くがアカデミーとかかわるようになる。**（別紙参照）**

École Polytechnique の設立：「最先端の研究者＝高等教育機関の教育者」の時代へ

公共事業の工学者を養成する目的で、1794 年、「公共事業中央学校」(École Centrale des Travaux Publics ）として設立され、翌年 École Polytechnique と改称。数学を中心とした競争試験で学生を選抜し、授業料は無料。数学の教授陣は、初代校長 Lagrange に加え、Gaspard Monge（1746-1818）、Pierre Simon Laplace（1749-1824）、Adrien-Marie Legendre (1752-1833)、Joseph Fourier(1768-1830) らだった。Monge が中心になり、数学・化学・物理といった科学的知識を土木・建築・築城・軍事技術などと結びつける画期的なカリキュラムが構成され、技術教育の前段階として、最先端の研究者による基礎科学教育を徹底したという特徴がある。時代とともに、制度的な変更はあったが、19 世紀のフランス科学界を代表する多くの研究者はこの関係者である。

（注）同時期のドイツは、大小多数の領邦国家に分かれていた。ベルリン大学に代表されるような、学芸学部（ドイツでは哲学部と称する）の地位を向上させる方向で、数学教育の程度をあげてきたので、フランスとは状況が異なる。

(27)

ニュートン・ライプニッツまでの成果			
1615	Kepler	『ぶどう酒樽の立体幾何学』	無限小（求積する図形と同じ次元を持つ）の着想
1635	Cavalieri	『不可分者による連続体の幾何学』	不可分者（求積する図形より1次元低い）の着想
1636	Fermat	1636年9月22日 Roverval 宛手紙	y=px^k のグラフ下の面積を求める Roberval より自分も同じことを発見していたと10月に返信あり
1637	Fermat	1637年初め「平面と立体の軌跡序説」をMersenneに送付	2次曲線を方程式で表す （平面の軌跡=直線と円・立体の軌跡＝円錐曲線）
1637	Descartes	『幾何学』（『方法序説』の一部として）	代数曲線を方程式で記述する 方程式論
1637	Roberval	他の著作での本人の言明	サイクロイドの発見 サイクロイド下方の面積を求める
1637	Fermat	1637年末文書	eを用いた極値決定法・接線法
1644	Torricelli	「放物線の大きさについて」	不可分者を使った求積
1647	St.Vincent	『幾何学的著作』	xy=1下の面積
1649	Sarasa	「メルセンヌの問題への解答」	xy=1下の面積と対数を結びつける
1655	Wallis	『無限算術』	y=x^[p ¥over q]のグラフの下方の面積（数三角形を使う）
1657	Pascal	「四分円の正弦についての論考」 （「デトンヴィルの手紙」の一部）	無限小の長方形の和の着想
1658	Fermat	「積分論」	y=px^k のグラフ下の面積 (kは正・負の有理数まで拡張) 区分求積の着想
1659	Schooten	デカルト『幾何学』のラテン語訳第2版（初版1649年）	フッデ、デ・ウィットらの注を含む ニュートン・ライプニッツが読んだのは第2版
1668	Mercator	『対数計算法』	対数（関数）の級数展開
1670	James Gregory	1670年2月19日付書簡	逆正弦（関数）の級数展開
1670	Barrow（Newtonの前任者）	『幾何学講義』	接線問題と求積が逆であること
1671	James Gregory	1671年2月15日付書簡	逆正接（関数）の級数展開
1673	Huygens	『振子時計』	サイクロイド曲線の等時性

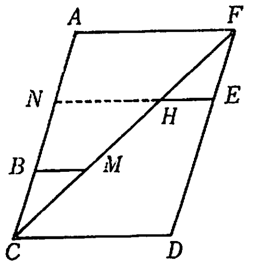
中村幸四郎『近世数学の歴史』

カヴァリエリの不可分者について

連続体の概念構成の不十分さは 19 世紀まで続くことは，周知のとおりです．

さて，これだけのことを許容してカヴァリエリの典型的な論法(indivisible-comparison method) を次の実例で見ることにしましょう．

Si in parallelogrammo diameter ducta fuerit, parallelogrammum duplum est cuiusuis triangulorum per ipsam diametrum constituorum. Geometria idiv. continuorum. Liber II. Theorema XIX Propos. XIX. p. 146—147.

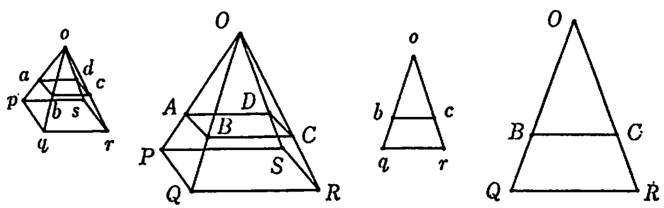


平行四辺形において，対角線をひけば，平行四辺形［の面積］は，対角線がつくるどちらかの三角形［の面積］の 2 倍である．

［原文は言語ばかりで書いてありますが，多少現代式に書き改めました.］

$EF=CB$ にとり，HE, BM を CD に平行に引けば，HE と BM は等しい．したがって基準線 (regula) CD に平行な $\triangle ACD$ の線分の全体は，$\triangle FDC$ の線分の全体に等しい．したがって $\triangle ACD$ は $\triangle FDC$ に等しい．そして，平行四辺形 AD の線分の全体はどちらかの三角形の線分の全体の 2 倍である．したがって平行四辺形 AD［の面積］はどちらかの三角形［の面積］の 2 倍である．(証明終)

カヴァリエリは，さらに indivisible の巾 (ベキ) も考えます．もっとも簡単な例として底面が正方形である角柱をとることとしましょう．下の図が示すように角柱 $(O:PQRS)$，角柱 $(o;pqrs)$ を相似でかつ相似の位置にあ



るものとして考えることにします．前の例でも用いたように平行な indivisibles［ここでは正方形 $ABCD$］の基準 (regula) を $PQRS$ とします．同じように相似な三角形 OQR, oqr について基準 QR, qr が考えられます．そして，カヴァリエリは

角柱 $(O;\ PQRS)=$Omnes (面積 $ABCD$)

とします．相似性から

角柱 $(O;\ PQRS)$: 角柱 $(o;\ pqrs)=QR^3:\ qr^3$ (1)

面積 $(ABCD)$: 面積 $(abcd)=BC^2:\ bc^2$ (2)

したがって

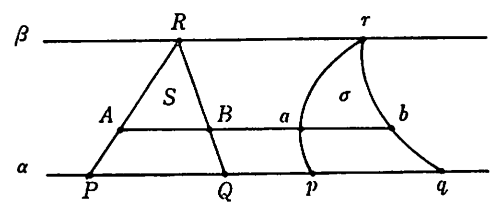
Omnes (BC^2): Omnes $(bc^2)=QR^3:\ qr^3$ (3)

Omnes (BC): Omnes $(bc)\ =QR^2:\ qr^2$ (4)

前例および上の例に出たようにカヴァリエリは，線分の全体 (omnes lineae)，面分の全体 (omnes plana) さらに拡張して立体分の全体 (omnes solido) 等次元の高いものまで考えを広げていきます．

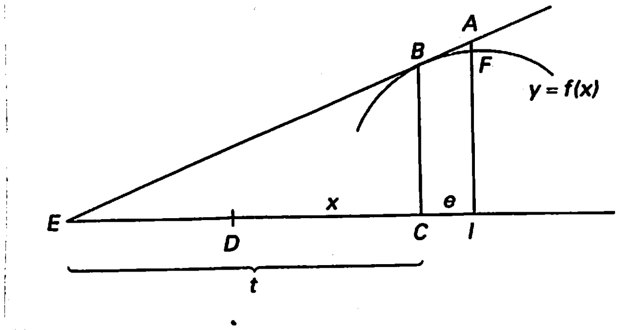
線分である indivisible を比較することによって，今でも生き残っている面積の定理——カヴァリエリの原理といわれる——がすぐ導かれます．すなわち

「二つの平行線 α, β の間にはさまれた面積 S と σ とにおいて，基準線 (regula) α に平行にひいた平行線からつねに等しい線分［$AB=ab$］が切りとられるならば，面積 S と σ とは等しい」

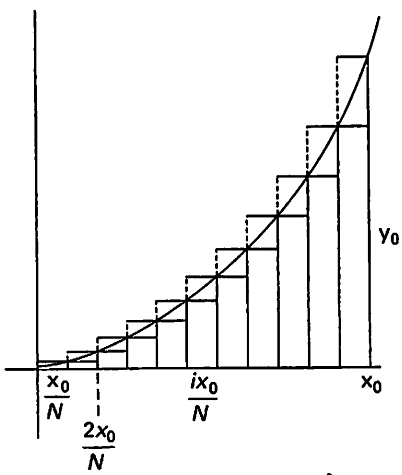


カヴァリエリの Geometria indivisibilibus continuorum は 7 巻からなる全部で 543 ページにおよぶ大きなものです．全体の記述，いちいちの定理の証明など，多少ゴタゴタしていて決して，アルキメデスの古典に感じられ

katz 『カッツ：数学の歴史』

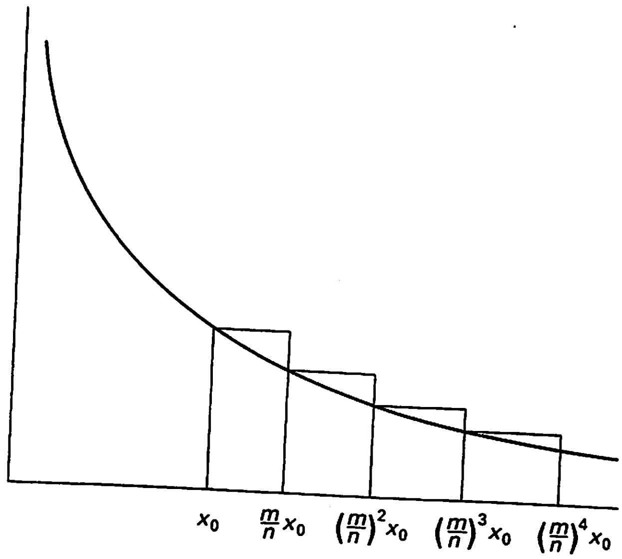


Fermatの接線影決定法



FermatとRobervalによる

$y=px^k$ の下方の面積を求める方法



Fermatによる $y=px^{-k}$ $(k>0)$ の

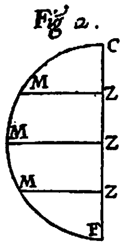
下方の面積を求める方法

パスカル 「アモス・デトンヴィルからド・カルカヴィ氏への手紙」

(原亨吉訳) パスカル全集 第1巻所収 1959年 人文書院

それ故，私は以下において>線の和<あるいは>平面の和<のような不可分量の用語を用いることに何らの支障をも感じないであろう．例えば（図2において）点Zにおいて無際限の数の相等しい部分に分けられた半円の直径を考え，これらの点から縦線ZMをひくとき，私は>縦線の和<という表現を用いることに何らの支障をも感じないであろう．この表現は不可分量の理論を解しない人々には幾何学的でないと思われる．このような人々は無際限の数の線によって1つの平面を表わすなどということは幾何学に反するように思っているのであるが，これは彼らの無知の結果にほかならない．というのも，上の言葉の意味するものは各縦線と直径の相等しい小部分の各々とによって作られた無際限の数の矩形の和にほかならないからである．これらの矩形の和は確かに平面であり，半円の拡がりとは与えられたどのような量よりも小さい量だけしか異ならないのである．

Fig 2.



サイクロイドにかかわる発見

1599年頃	Galilei (1564-1642)	橋のアーチの形としてサイクロイドを用いることを考える。その下の面積を求めようとして失敗。
少し時間がたって		
1636年頃までに	Roberval (1602－1675)	サイクロイド下の求積に成功。サイクロイドが底の周囲に回転して生じる立体の求積に成功。
1640年より以前	Roberval	サイクロイドの求長に成功(と自分で言う)。 1670年に結果を発表。
1645-46 年頃	Roberval	サイクロイドが「縦軸」方向に回転して生じた体積の求積に成功。
1658年6月	Pascal	『サイクロイドの問題』(懸賞問題)を提出:半サイクロイドACを底に平行な任意の直線BGできったとき、 1.1 CGB の大きさ・その重心 1.2 CGBがGBの周囲に半回転して生じる立体の大きさ・その重心 1.3 CGBがCGの周囲に半回転して生じる立体の大きさ・その重心 を求める。締め切りは9月末までの約3カ月
同年7月	Wren (1623-1723)	友人にサイクロイドの求長の方法を伝えた…Wallisの記述
同年10月10日	Pascal	『ルーレットの歴史』発表・下線を引いた問題がRobervalによって解かれていることを記す。それらを撤回し、新たな問題を提出。 2.1弧CGB の長さ・その重心 2.2 弧CGBがGBの周囲に半回転して生じる立体の大きさ・その重心 2.3 弧CGBがCGの周囲に半回転して生じる立体の大きさ・その重心
1659年	Pascal	「デトンヴィルの手紙」として偽名で自分の結果を発表
1659年12月1日	Huygens	等時曲線はサイクロイドになると研究ノートに記す
少し時間がたって		
1697年	Newton・Leibniz・Johan & Jacob・Bernoulli	
		最速降下線はサイクロイドを描く

パスカル全集 第1巻　1959年　人文書院

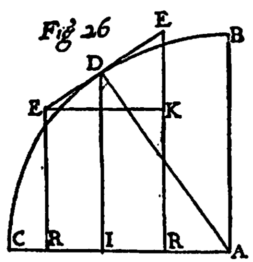
原亨吉訳

「A.デトンヴィル氏から前国事院勅任参事官ド・カルカヴィ氏への手紙」(1658年付) の一部

4分円の正弦論

<補　題，図 26>

4分円ABCがあり，その半径ABを軸，これに垂直な半径ACを底と考える．弧BC上に任意の点Dをとり，Dから半径ACに正弦DIをおろす．また，接線DEをひいて，その上に任意の諸点Eをとり，そこから半径ACに垂線ERをおろす．そうすれば，正弦DIと接線EEとに囲まれた矩形は（平行線の間にはさまれた）底の部分と半径ABとに囲まれた矩形に等しい．



なぜならば，半径ADと正弦DIとの比はEEとRRあるいはEKとの比に等しい．このことは，角EEKあるいは角EDIが角DAIに等しいため，直角3角形DIA，EKEが相似であることから明らかである．

命　題　I

4分円の任意の弧の正弦の和は，両端の正弦の間に含まれた底の部分に半径を掛けたものに等しい．

命　題　II

これらの正弦の平方の和は，両端の正弦の間に含まれるであろう4分円の縦線の和に半径を掛けたものに等しい．

命　題　III

同じ正弦の立方の和は，両端の正弦の間に含まれた同じ縦線の平方の和に半

径を掛けたものに等しい．

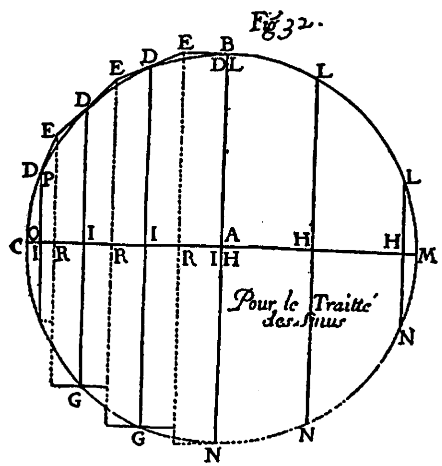
命　題　IV

同じ正弦の平方—平方の和は，両端の正弦の間に含まれた同じ縦線の立方の和に同じ半径を掛けたものに等しい．

こうして限りなく進む．

<証 明 の 準 備>

任意の弧BPがあり，それを点Dにおいて無際限の数の部分に分け，これらの点から正弦PO，DIなどをおろす．また別の4分円において，AO（これは弧の両端の正弦BA，POの間の距離を与える）に等しく直線AQ[1]をとり，AQを点Hにおいて無際限の数の相等しい部分に分け，これらの点から縦線HLをひく．



<命題 I の証明>

正弦DIの和（いうまでもなく，その各々に相等しい弧DDの1つを掛けたものの和）は，直線AOに半径ABを掛けたものに等しい．

なぜならば，すべての点Dにおいて接線DEをひき，その各々が隣接する接線と交わる点をEとして，垂線ERをおろせば，明らかに，各正弦DIに接線EEを掛けたものは各距離RRに半径ABを掛けたものに等しい．故に，正弦DIにそれぞれの接線EE（それらはすべてたがいに等しい）を掛けて作った矩形のすべてを合わせたものは，すべての部分RRに半径ABを掛けて作ったすべての矩形を合わせたものに等しい．すなわち（正弦の各々に接線EEの1つを掛けるのであり，距離〔RR〕の各々に半径ABを掛けるのであるから），正弦DIの各々に接線EEの1つを掛けたものの和は，距離RRの和あるいはAOにABを掛けたものに等しい．しかるに，各接線EEは相等しい弧DD

(31)

アイザック・ニュートン年譜

1642 年　クリスマスにウールソープで生まれる。

1655 年　グランタムのグラマースクール入学：基本的な算術・平面三角法・作図を習う。

1661 年　ケンブリッジ大学トリニティーカレッジ入学:入学後ユークリッド『原論』、スホーテン編『デカルト：幾何学』、オートレッド『数学の鍵』、ケプラー『光学』、ウォリス『無限算術』などを読む。

1663 年　アイザック・バローの講義に出席：ガリレオ・フェルマー・ホイヘンスらの成果を学ぶ。

1665-66 年　ケンブリッジ大学卒業、ペストのため大学が封鎖され、故郷へ帰る。この間に主要な発見（驚異の年）

(1) 二項定理　(2) 微積分学　(3) 重力の法則　(4) 色の性質（光学）

1667 年　トリニティーカレッジ・マイナーフェローになる。

1668 年　同メジャー・フェローとなる。反射望遠鏡制作。

1669 年　同大学ルカス講座教授。光学を講義。「無限個の項を持つ解析について」（1711 年刊行）を書く。

1671 年　「級数と流率の方法について」（英訳が 1737 年刊行）を書く。

1672 年　王立協会会員に選出（反射望遠鏡を発明した成果から）される。

1687 年　『プリンキピア』（＝『自然哲学の数学的諸原理』）刊行。

1689 年　ケンブリッジ大学選出国会議員になる。

1692 年　「酸の本性」（1710 年刊行）を書く。（錬金術も熱心に行なった）

1696 年　造幣局監事となる。

1701 年　ケンブリッジ大学を辞す。

1703 年　王立協会会長になる。

1704 年『光学』刊行

1707 年『普遍算術』刊行

1710 年　ライプニッツとの論争が始まる。

1717 年　政府はニュートンの助言に基づき 1 ギニー金貨を銀 21 シリングに定める。

1727 年　死去。

Isaac Newton の流率法に関する著作			
書かれた頃	論文題目	公刊年	
1666年10月	1666年10月文書	1962年（Hallにより刊行）	運動のよって問題を解く・簡単な代数関数の積分公式・微分法・微分と積分が逆演算であること・曲率・重力の理論などの着想
1669年	『無限個の項をもつ方程式による解析について』De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas	1711年	曲線の方程式をべき級数展開し、項別積分による面積を求める方法を提示。Leibniz が書き写した証拠有。
1670－71年	『級数と流率の方法について』Tractus methodis serierum et fluxionum	1736年刊行(Colsonによる英訳) 1779年刊行（Newton 手稿・ラテン語）	ニュートンの流率論の完成形：流率・流量の概念とその応用。極大/極小・接線・曲率・求積・曲線の求長など。
1680年推定	「曲線の幾何学」Geometria Curvilinea	1971年	流率・流量の定義・それらをめぐる公理・公準 それらの基本命題・「最初の比」/「最後の比」
1687年	『自然哲学の数学的諸原理』Principia mathematica philosophiae naturalis	1687年	幾何学でかかれている。流量の瞬間的な増加または減少をモーメントといい、それを流率とも呼ぶ。極限の定義
1691－93年	「曲線の求積について」	1704年『光学』の付録として刊行	数学的量がきわめて小さな部分からなると考えず、連続的な運動によって生成されると考える。

ちょっと一言

旧暦と新暦

Newton や Leibniz の時代は、ユリウス暦（旧暦）とグレゴリオ暦（新暦）が混在していた。改暦にあたり、ユリウス暦1582年10月4日（木）をグレゴリオ暦1582年10月15日（金）と定めたので、たとえば Newton の生没年月日は、ユリウス暦だと、1642年12月25日 - 1727年3月20日で、グレゴリオ暦だと1643年1月4日－1727年3月31日となる。

Galieo が死去したのはグレゴリオ暦1642年1月8日である。Galileo がなくなった年のクリスマスに Newton が生まれた、とよく言われるが、それでいいのだろうか？

Schooten 訳『幾何学』とは

Descartes の『幾何学』はフランス語で書かれている。そして、めっぽう難しい。そこで、よく読まれたのは、Frans van Schooten による解説のついたラテン語訳であった。1649年、59-61年、83年、95年と4回出版されている。

Newton や Leibniz が参照したのは、第2版で、そこにはSchooten の弟子であるオランダの数学者たちの研究成果が含まれていた。たとえば Newton は、Schooten の弟子の Hudde の結果を使って研究成果を挙げている。つまり、Newton が『幾何学』を読んだと知って、Descartes 自身の書いた『幾何学』を確認しても、Newton が知りえた知識は、そこには載っていないのである。

数学者が読んだという本を確認する場合、著者や書名とともに、第何版かを常に確認しておく必要がある。

対数関数のべき級数展開とは

Nicolaus Mercator（メルカトル図法の彼ではない）が『対数技法』(1668年) で発表した、級数

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$$

に刺激を受けて、Newton がべき級数展開に取り組んだという記述はしばしば見かける。ただし、この時点で対数関数が定義され、そのべき級数展開が得られていたとすると誤解が生じる。

積を和に帰着する対数という概念は、John Napier が『対数の驚くべき規則の記述』(1614年)、『対数の驚くべき構成』(1619年）で発表された。また、1から x までの直角双曲線下方の面積 $A(x)$ に対数の性質 $A(\alpha\beta) = A(\alpha)A(\beta)$ があることは、Alfonso Antonio de Sarasa が1649年に発表していた。つまり、直角双曲線の一部の下方の面積が計算できれば、対数を計算できることになる。Mercator の主旨は、双曲線 $y = \dfrac{1}{1+x}$ の下方の $x=0$ から $x=x$ までの面積を計算することだった。

なお指数関数の逆関数として対数関数が定義されたのは、Euler の『無限解析序説』においてである。

書いた日付と出版の日付

昨今ではあまり考えられないだろうが、論文や著書を書いてはみたものの、完全を期して公表をためらったり、経済的事情で出版が出来ず、実際にそれらを書いてから公刊され

るまで、日にちがかかることがある。死後、しばらくしてから公表、あるいは死後200年くらいたって、全集版を作るときに公刊された論文もある。しかし、本人の思考過程をたどったり、まわし読みされた草稿が同時期の研究者に与えた影響を考えるうえでは、実際にいつごろ書かれたかが、むしろ重要な情報である。

数学者の思考過程を問題にする場合、完成した論文のみならず、着想のメモや論文の草稿、何らかの勉強した形跡が残っているノート、同時代の人たちとやりとりした手紙（多くの場合日付が書いてある）が重要な情報を与えてくれる。このようなものも、歴史家の判断で公刊され、論文集や書簡集、全集に収録されている。また、新しく発掘されて、公刊されつつある。1676年付の草稿、しかし、公刊は1993年ということが実際にある。

手書きの原稿が活字になり、書籍として出版されると、大変読みやすくなるので、それを分析する研究は劇的に進む。一方、その過程では編集者による、なんらかの判断・判読がなされている。また、年代の推定するときに、草稿を書いた筆跡や、紙の透かしなどが決め手になる場合もある。そのような問題関心から研究を進めるときは、「手稿」（マニュスクリプト）と呼ばれる、数学者自身が書いた原稿そのものを確認する必要がでてくる。

Newton: Tractus de methodis serierum et fluxionum

（『級数と流率の方法について』）で取りあげられている問題

（1671年付。1736年Colsonによる英訳出版・1779年ラテン語版が出版）[1]

1. 流量の間の関係を与えて、流率の間に成り立つ関係を求めること。
2. 量の流率を含む方程式が示されているとき、流量の間の関係を求めること。
3. 極大および極小を求めること。
4. 曲線に接線を引くこと。
5. 曲線上の与えられた点における曲率を求めること。
6. 曲線上の与えられた点における曲率の性質を定めること。
7. その面積が有限個の方程式で表される曲線を見いだすこと。
8. 与えられた曲線の定める面積との関係が有限個の方程式によって示される面積をもつ曲線を定めること。
9. 任意に与えられた曲線の面積を定めること。
10. 曲線の弧の長さが有限個の方程式によって表されている曲線を見いだすこと。
11. その曲線弧が与えられた曲線弧と比較可能な曲線求めること、および面積が与えられた曲線弧によって分割されるような曲線、そしてそれが有限個の方程式によって与えられている曲線を見いだすこと。
12. 曲線の長さを求めること。

[1] 自筆原稿の最初の一枚が失われているため、表題部分がない。『数学論文集』(1967-1981)を編纂したWhitesideが、Newtonが別の未公刊論考の中で、「1671年執筆による級数と流率の方法についての論考から」と引用していることから、このように命名した。Whitesideはまた、Newtonがこの論文について回想するとき、常に「1671年に私が書いた長論文」といった表現を用いたことから、表題はもともとなかったのでないか、とも推測している。

しょう。たとえば恒星がわれわれのいる領域において果たすようにです。このとき実際にはそれらの物体の間での球体の相対的な移行からでは、その運動が球体に属するものか遠くの物体のほうに属するものか、決めることはできないでしょう。しかし球体をつなぐひもを観察し、ひもの張力が球体の運動に要するまさにその張力であることがわかったなら、この運動は球体のものであり、(遠くの)諸物体は静止しているのだと結論することが許されましょう。そして最後に、物体の間での球体の移行から、球体の運動の規定がわかるわけです。真の運動をその原因や効果や見かけの上の差から知ること、また逆に真の運動または見かけの運動からそれらの原因や効果を知ることは、以下でもっとくわしく示されるでしょう。そのためにこそ以下の論述を書いたわけだからです。

世界の名著「ニュートン」
「自然哲学の数学的諸原理」
河辺六男 訳

公理、または運動の法則

法則I すべて物体は、その静止の状態を、あるいは直線上の一様な運動の状態を、外力によってその状態を変えられないかぎり、そのまま続ける。

投射体は、空気の抵抗によって遅らされず、重力によって下方へ押しやられないかぎり、その運動を続ける。各部分が凝集することによってそれら自体をたえず直線運動から引きもどしている独楽(こま)は、空気によって遅らされないかぎり、回転することをやめない。諸惑星や諸彗星といったいっそう大きな物体は、抵抗の僅少(きんしょう)な空間中においてそれらの前進運動も円運動もともにさらに長い時間継続する。

法則II 運動の変化は、及ぼされる起動力に比例し、その力が及ぼされる直線の方向に行なわれる。

ある力がある運動を生ずるものとすると、2倍の力は2倍の運動を、3倍の力は3倍の運動を、全部一時に及ぼされようと、順次にひき続いて及ぼされようとかかわりなく生ずるであろう。そしてこの運動は(常にそれを生ずる力と同じ方向に向けられるから)、物体がその前から動いていたとすると、その運動に向きが一致するときには加えられ、逆向きならば減ぜられ、斜めのときには斜めに加えられ、それと両者の向きに従って合成される。

法則III 作用(アークティオー)に対し反作用は常に逆向きで相等しいこと。あるいは、二物体の相互の作用は常に相等しく逆向きであること。

他のものを押したり引いたりするものはなんでも、同じだけそのものによって押されたり引かれたりする。指で石を押すと、指もまた石によって押される。馬が綱に縛りつけられた石を引くとき、馬もまた(そういってよければ)等しく石のほうに引きもどされる。なぜなら、張りつめられた綱は、両端においてそれをゆるめようとする同じだけのコーナートゥスによって、石を馬のほうに引くのと等しく馬を石のほうに引き、一方の進行を助けると同じだけ他方の進行を妨げるであろうからである。あるひとつの物体が他の物体に衝突し、その力によりなんらかの仕方で他方の物体の運動を変えるとすると、その物体もまたそれ自身の運動において(相互の圧力は相等しいから)、他方の力により逆向きの同じ変化を受けるであろう。これらの作用によっては速度ではなく運動量の変化が相等しい、もちろんそれらの物体が他の物体によって妨げられない場合にである。というのは、正反対の向きに行なわれる速度の変化は、運動が等しく変えられるために、各物体(の物質量)に逆比例するからである。またこの法則は、すぐ後の注解で証明されるように、引力においても成り立つ。

系I 物体は合力によって、個々の力を辺とする平行四辺形の対角線を同じ時間内に描くこと。

物体が与えられた時間内に、場所Aにおいて及ぼされた力Mだけによって一様な運動でAからBに運ばれ、また同じ場所で及ぼされた力NだけによってAからCに運ばれるとし、平行四辺形ABCDをつくると(第1図)、両方の力によってこの物体は同じ時間内にAからDへ対角線上を運ばれるであろう。なぜなら、力NはBDに平行な直線ACの方向に作用するから、この力は法則IIによって、いま一方の力によって生ぜられる、(物体を)直線BDに近づける速度をまったく変えないであろう。し

37

らゆる抵抗にもうちかつほどであるとしますと、そういった抵抗は、接触してたがいに滑りあう物体の摩擦とか、へだてられていなければならない連続物体が凝集して離れないためとか、もち上げられねばならない物体の重量とかから生ずるのが常ですが、その抵抗すべてにうちかった後でもなお残っている力は、それに比例する運動の加速度を、一部は機械の各部分において、一部は抵抗物体において、生ずるでしょう。しかし機械仕掛けを扱うことは当面の仕事ではありません。わたくしはただこれらの実例によって運動の法則IIIがいかに広い範囲にわたりいかに確実なものであるかということを示そうと思ったにすぎません。と申しますのは、作動部分の作用をそれに働く力と速度の積から見積もり、また同様に抵抗部分の反作用をそれの個々の部分の速度とそれらの摩擦、凝集、重量、加速度から生ぜられる抵抗力との積から見積もりますと、あらゆる機械仕掛けを使用するさいの作用と反作用とはいつもたがいに相等しいであろうからです。また作用が装置を介して伝えられ、最後にはあらゆる抵抗物体に及ぼされるかぎり、結局の作用の方向は常にその反作用の方向と反対であろうからです。(1)

第一篇　物体の運動について

第一章　それによって以下の命題が証明される最初の比および最後の比の方法について

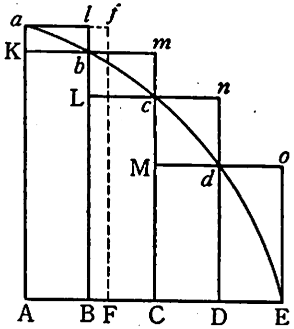
補助定理1　いくつかの量が、またいくつかの量の間の比が、任意の有限な時間中たえず相等しくなる方向に向かい、その時間の終りに近づくほどますます任意に与えられた差に対するよりもたがいに近づくとすると、それらの量ならびに比は極限においては相等しい。

そうでないというなら極限において相等しくないとし、それらの極限の差をDとせよ。するとこの与えられた差D以上に相等しくなる方向に近づくことはできない。これは仮定に反する。

補助定理2　直線Aa，AEと曲線acEとでかこまれた任意の図形AacEにおいて（第6図）、相等しい底辺AB，BC，CD、等々とこの図形の一辺Aaに平行な辺Bb，Cc，Dd、等々でかこまれる、任意の個数の平行四辺形Ab，Bc，Cd、等々を内接させ、また平行四辺形aKbl，bLcm，cMdn、等々をつくるとせよ。次にそれらの平行四辺形の幅を無限に小さくし、それらの個数を無限に多くしてゆくとせよ。すると内接図形AKbLcMdD、外接図形AalbmcndoEおよび曲線図形AabcdEがそれぞれ相互間においてもつ比の極限は1に等しいことがいえる。

なぜなら、内接図形と外接図形との差は平行四辺形Kl，Lm，Mn，Doの和、すなわち〔それらの底辺はすべて等しいから〕それらの底辺のひとつKbと高さの和Aaがつくる矩形、すなわち、矩形ABlaである。ところがこの矩形は、その幅を無限に小さくすることによって与えられた任意の面積よりも小さくなろう。ゆえに〔補助定理1により〕これらの内接図形と外接図形とは、そ

(1) 以上ニュートンが与えた定義公理全体の整理、批判については、マッハ『力学』第二章第七節参照。



第6図

してこれらの中間にある曲線図形はなおのこと、極限において相等しくなるであろう。証明終り。[1]

補助定理3　同じ（内接、外接、曲線）図形相互間の極限の比は、平行四辺形の幅AB, BC, CD、等々が相等しくなくても、それらすべてを無限に小さくするとき、やはり1に等しい。

なぜなら、AFが最大の幅に等しいとし、平行四辺形FAafをつくるとせよ（第6図）。この平行四辺形は内接図形と外接図形の差よりも大きいであろうが、その幅AFを無限に小さくすれば、それ（の面積）は与えられた任意の矩形よりも小さくされるからである。証明終り。

系1　したがってこれらの消滅してゆく平行四辺形の和の極限は、すべての部分で曲線図形と一致するであろう。

系2　また消滅してゆく弧ab, bc, cd、等々の弦によってかこまれる直線図形はなおさら極限において曲線図形と一致しよう。

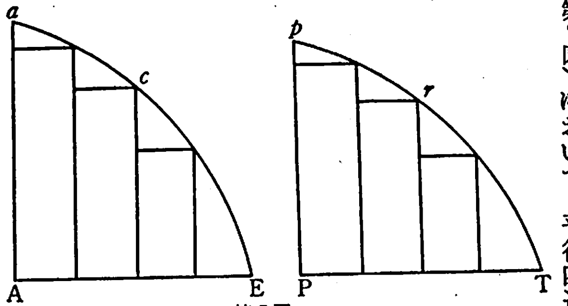
系3　またそれらの弧の接線によってかこまれる外接直線図形もそうであろう。

系4　したがってこれらの（内接および外接）図形の極限の形は〔周acEについては〕直線図形ではなく、直線図形の極限としての曲線図形となるであろう。

補助定理4　二つの図形AacE, PprTに〔前定理におけるように〕二つの平行四辺形列を内接させ、両者の個数を同じにし、その幅を無限に小さくするとき、一方の図形における各平行四辺形の他方の図形における（対応する）各平行四辺形に対する極限の比がひとつひとつ同じであるとすると、二つの図形AacE, PprTはたがいに同じその比にあることがいえる（第7図）。

なぜなら、平行四辺形はそれぞれ、一つが（他方の系列の）一つに対する比は、〔加比の理によって〕すべての和対すべての和の比に、したがって図形対図形の比に、相等しい。疑いもなく〔補助定理3によって〕前者の図形が前者の和に対する比、および後者の図形が後者の和に対する比は（ともに）1に等しいからである。証明終り。

系　したがって任意の種類の三つの量がどのような仕方でも同じ個数の部分に分けられ、それらの部分が、それらの個数が無限に増されそれらの大きさが無限に小さくされるとき、一番目のものは一番目に対し、二番目のものは二番目に、その順番に従って一方が他方に対し与えられた比をもっとすると、全体もたがいに同じその与えられた比にあるであろう。なぜなら、本補助定理の図（第7図）において、平行四辺形をそれぞれ（分割された）各部分に比例するようにとると、（各図形における）諸部分の和は、常に平行四辺形の和に比例し、それゆえ平行四辺形および諸部分の個数が無限に増されそれらの大きさが無限に小さくされるときには、平行四辺形対（他方の図形の対応する）平行四辺形の極限の比に、すなわち〔仮定によって〕部分対部分の極限の比に等しいであろう。



第7図

補助定理5　相似な図形のたがいに対応する辺はすべて、曲線図形でも直線図形でも比例し、また面積は辺の2乗に比例する。

補助定理6　位置を与えられた任意の弧ACBは弦ABを張り、連続した曲率をもつ弧の中間にある任意の点Aにおいて Aの両側に伸びる直線ADに接するようにし、次に点A, Bをたがいに近づけ一致させるとすると、弦と接線のなす角BADは無限に小さくなり、極限において零になることがいえる（第8図）。なぜなら、もしこの角が零にならないとすると、弧ACBは接線ADと平角（すなわち二直角）をなすこととなり、したがって点Aにおける曲率は連続でないことになろう。これは仮定に反するからである。

補助定理7　前定理と同じ前提の下に、弧、弦、および接線相互間の比の極限は、1に等しいことがいえる。

（1）以下「証明終り」と書くのは、Q.E.D. = quod erat demonstrandum（それが証明されるべきことであった）に対応する。

39

系1　これより、接線AD，Ad，弧AB，Ab，およびそれらの正弦BC(1)，bcは極限においては弦AB，Abに等しいから、それらのものの2乗もまた極限においては対辺BD，bdに比例する。

系2　同じものの2乗はまた極限において、弦を二等分し、与えられた点に収束する弧（AB, Ab）の正矢に比例する。それらの正矢は対辺BD，bdに比例するからである。

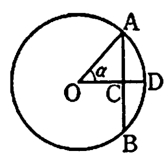
系3　それゆえ正矢は、物体が与えられた速度でその弧を描く時間の2乗に比例する。

系4　直線三角形ADB，Adbは極限においては辺AD，Adの3乗の比にあり、それは辺DB，dbの$3/2$乗の比に等しい。両三角形は辺ADおよびDBとAdおよびdbの積の比にあるからである。よって三角形ABC，Abcは極限においては辺BC，bcの3乗の比にある。ただし$3/2$乗の比というのは、平方根の比の3乗、すなわち1乗の比と平方根の比との積である。

系5　またDB，dbは極限においては平行であり、AD，Adそれぞれの2乗の比にあるから、曲線面積ADB，Adbの極限は〔放物線の性質から〕直線三角形ADB，Adbの2/3となり、また弓形AB，Abは同じ三角形の1/3となるであろう。これよりそれらの面積およびそれらの弓形は、接線AD，Adの3乗の比に、また弦および弧AB，Abの3乗の比にあるであろう。

注解　これまですべて接触角は、円とその接線がつくる接触角より、無限に大きくもなければ無限に小さくもないと考えてきました。すなわち、点Aにおける曲率は無限に小さくもないし無限に大きくもないと、あるいはへだたりAJが有限の大きさであると、考えてきたのでした（第11図）。と申しますのは、DBをAD^3に比例するようにとることもできますが、その場合には、点Aを通って接線ADと曲線ABの間には円を描くことができず、したがってその接触角は円の接触角よりも無限に小さくなるからです。同様な議論によって、DBを次々にAD^4，AD^5，AD^6，AD^7，等々に比例するようにしますと、無限に続く接触角の一系列が得られ、後の項ほど前の項よりも無限に小さくなります。またDBが次々とAD^2，$AD^{3/2}$，$AD^{4/3}$，$AD^{5/4}$，$AD^{6/5}$，$AD^{7/6}$，等々に比例するようにしますと、接触角の別の無限系列が得られ、その第一項は円の接触角と同種類のものですが、第二項は無限に大きく、後の項は前の項よりも無限に大きくなります。しかしこれらの角の任意の二つの間に、中間の接触角の別の無限系列を、後の角が前の角より無限に大きくなるのも無限に小さくなるのも、いずれでも挿入できます。たとえば、AD^2とAD^3の項の間に、$AD^{13/6}$，$AD^{11/5}$，$AD^{9/4}$，$AD^{7/3}$，$AD^{5/2}$，$AD^{8/3}$，$AD^{11/4}$，$AD^{14/5}$，$AD^{17/6}$，等々の系列が挿入されます。そしていま挿入した系列中の任意の二つの角の間に、中間の角のたがいに無限の差がある新しい一系列が挿入できます。自然はまったくとどまるところを知らないのです。

　曲線およびそれがかこむ面について証明されたところは、立体の表曲面およびその内包にも容易に応用されます。しかし、古代幾何学者流の、ながながとした退屈な証明のつまらない演繹を逃れるために、これらの補助定理を先に出したわけです。と申しますのは、それらの証明は不可分量の方法(2)によってもっと短くされるからです。しかし不可分量の仮説はいささかぎごちないようにみえますし、またその方法は非幾何学的と思われますから、以下のことがらの証明には、消滅してゆく量の最後の和と比および生まれてくる量の最初の和と比に、すなわち、それらの和と比の極限に帰せしめるという途をとりました。そういうことでそれらの極限に関する証明を、できるだけ手短に、先に出しておくようにしたわけ



(1)　ギリシアでは∠AOD＝αに対しABを正弦としたが、インドではAB/2＝AC＝OA sin αを正弦としjyaadha（弦の半分）と呼んだ（アーリアバタ『アーリヤバチーヤ』五年頃）。それがアラビアの数学ではdschaib（胸）の名で使われ、ラテン語のsinusは、アラビアのアル・バタニー（八五八〜九二九）の『星の運行』のプラトー・ティブルティヌス（一一二〇年頃）によるラテン訳において初めて見られる。弦の中点と円周との距離CDが正矢であり、単位円（OA＝1）では1−cos αになる。これをvers αと書くことがある。

(2)　ガリレイ門下のカヴァリエリ（一五九八〜一六四七）は、ケプラーの回転体の体積を各図形特有の微小構成要素の総和として計算する方法（『葡萄酒樽の新立体幾何学』一六一五）を、不可分量の概念によってより広い範囲に適用できる統一的な求積法に一般化した（『不可分量による幾何学』一六三五）。不可分量の概念はスコラ哲学者たちによって論ぜられてきたものであるが、カヴァリエリはそれを数学的に有効な概念に仕立て上げたのである。点が動いて線を生ずるとき点は線の不可分量であり、同様に、線分は面の、面は立体の、不可分量である。カヴァリエリの不可分量は図形を切断して生ずる切断線、切断面そのもので、幅や厚みをもたないものであった。不可分量の方法は図形のもつ不可分量の総和としてその図形の面積や体積を求め、不可分量を介して未知の図形の求積を既知のそれに転換するものである。しかし統一的な取扱いを許した、その低次元の構成部分の総和という概念のあいまいさはまたさまざまなパラドックスにも導いた。この難点の批判と改革は同じガリレイ門下のエヴァンジェリスタ・トリチェリ（一六〇八〜四七）によってなされた（『無限放物線について』一六四六）。彼は現代流にいえば微分（differential）の比の概念に達し、$y=kx^r$（kは常数、rは有理数）型の曲線の求積法、また接線法の諸問題を統一的に解決し、積分学確立の一礎石を置いた。

40

でした。それによっては不可分量の方法によるのと同じことが行なわれ、(1)そしていまその原理を証明したことによって、いっそう危険なく安全に利用できるわけだからです。ですから今後、量を微小部分(パルティクラ)からなるかのように考えるとか、直線のかわりに短い曲線を使おうとかいう場合、不可分量を意味するのでなく、消滅してゆく可分量と解していただきたいのです。確定した部分の和や比ではなく、和や比の極限といつも考えてほしいのです。そしてこのような証明の効力を、前に述べた補助定理の方法に常に帰せしめたいのです。

しだいに減少し消滅してゆく量の極限の比例関係などというものは存在しない、という反論があります。その量が零になってしまう前は、極限ではなく、その量が零になってしまったときには、何もないわけだからです。ところが同じ議論によって、運動が終わるある場所に物体が到達する極限の最終の速度などというものはないと主張することができます。それは、物体がその場所に達する前は、極限の速度ではなく、それが到達したときには、何の速度ももたないからです。しかしこれに答えることは容易です。というのは、極限の速度とは、それでもって物体が、最終の場所に達しその運動がやむ前でも後でもなく、ちょうど到達するその瞬間に、運動する速度を意味するとするのです。すなわち、それをもって物体がその最終の場所に達し、それでもって運動がやむその速度です。また同様に零になってゆく諸量の極限の比というのも、零になる前でもなく後でもなくそれでもって零になるところの比と解されるべきです。同じように、生じてくる量の最初の比とはそれでもって生じてくるところの比です。そして最初と最後の和というのも諸量がそれでもって〔増大または減少し〕始めまた終えるところのものです。速度が運動の終りに達することはできるが超えることはできない極限が存在するでしょう。これが最終の極限の速度です。また他の諸量および比のそれらが存在しはじめまた存在しなくなる極限についても事情は同じです。そしてそれらの極限は確定したものですから、それを決定することはまさしく幾何学的な問題です。実際幾何学的なものはすべて、それらを決定し証明するさい、同様に幾何学的である他のいかなるものを使ってもさしつかえないのです。

また次のようなことも主張されえます。しだいに減少し消滅してゆく諸量の極限の比が与えられるとすると、それらの極限の大きさもまた与えられるであろう。したがってあらゆる量が不可分量からなることになり、エウクリデスが『原論』(2)の第十巻において、非共約量(インコンメンスラービリス)について証明したところに反する、と。しかしこの反論は誤った仮定に発するものです。諸量がそれでもって零に近づくところのこれらの極限の比は、実際に極限量の比ではなく、限りなく減少してゆく諸量の比が、たえず近づいてゆく極限であり、また与えられた任意の差に対するよりもいっそう近くまで達することはできるが決して超えることはできず、それらの量が無限に小さくなるまでは実際には到達することができない極限なのです。この事情は無限に大きな量においてさらにはっきりとわかるでしょう。それらの差が与えられている二つの量が無限に大きくなってゆくとしますと、それらの極限の比は与えられる、すなわち1になるでしょうが、それより、それらの比がそのようになる諸量そのものの極限または最大値は与えられません。ですから以下において、いっそう容易に理解されるようにと思い、わたくしが、きわめて微小な量とか、しだいに減少し消滅してゆく量とか、あるいは極限の量とかいう場合には、読者は大きさが定まった量を考えるのではないことに留意し、常にかぎりなく減少するものと解していただきたいのです。

第二章　向心力を見いだすことについて

命題1・定理1　回転する諸物体が、不動の力の中心にひかれた動径によって描くそれぞれの面積は、不動の一平面上にあること、また時間に比例すること。(3)

時間を相等しい部分に分けるとし、その第一の時間部分の間に物体は固有力によって直線ABを描くとせよ(第12図)。その物体は第二の時間部分の間には、妨げられることがなければ、〔法則Iによって〕まっすぐにcに進み、ABに等しい直線Bcを描くであろう。これより、中心に向かってひかれた動径AS, BS, cSによって、

(1) たとえば本章の補助定理5は、カヴァリエリが『不可分量による幾何学』第二篇定理15において述べたところである。

(2) エウクリデス『幾何原論』第十巻定義1「同じ通約量によって測られる諸量は共約であるといい、いかなる同一の通約量ももちえない諸量は非共約であるという」。同巻命題6「二量がたがいに数が数に対する比をもつならば、それらの量は共約である」

(3) 本命題の内容は普通ケプラーの第二法則または面積速度の法則と呼ばれているものである。ニュートンがケプラーの第一および第二法則に理論的説明を与えたのは、母親の死のための帰省からケンブリッジにもどった一六七九年十一月二十七日から十二月末までの間と推定されている。

ゴットフリードリッヒ・ウィルヘルム・ライプニッツ年譜

1646 年 ライプチヒで生まれる。
1661 年 ライプチヒ大学入学。
1666 年「結合法論」により教授資格審査に合格。
1667 年 アルトドルフ大学より法学士の資格を授与される。
1670 年 マインツ公法律顧問となる。
1671 年『新物理学仮説』を王立協会とパリ・アカデミーに送付。
1672 年 3 月末、パリ到着。12 月にロンドンへ。
1673 年 王立協会会員。パリへ戻る。
1675 年 微積分学を発見。積分記号 $\int$ と 微分記号 d を使い始める。パリ・アカデミーでの計算機の公開実験に成功。
1677 年 ハノーヴァー公宮廷顧問となる。
1684 年 連立方程式の解の行列式による表示。微積分法を公表。
1686 年『形而上学序説』を書く。
1687-70 年 南ドイツ・オーストリア・イタリアへ旅行。
1695 年『力学要綱』公刊。
1710 年『弁神論』公刊。ニュートンとの論争が始まる。
1713 年 枢密院顧問となる。
1714 年『単子論』を書く。
1716 年　死去。

Leibnizの微分算・和分算にかかわるおもな著作

書かれた日にち	題目	内容
1673年8月付	Methodus nova investigandi tangentes linearum curvarum…. 「与えられた縦線から曲線の接線を、あるいは反対に与えられた接線影、法線影、垂線、割線から縦線を探求する新方法」	functio という語が導入
1674年10月	ホイヘンス宛て書簡	円の算術的求積
1675年10月25日付	Analysis tetragonistica ex centrobarycis 「重心論の求積解析」	ad=dに関連づけらた量aとの理解(微分量dxのはしり)
1675 年10月29日付	Analyseos tetragonisticae pars 2da 「求積解析第2部」	dと¥intは逆操作
1675 年11月1日付	「求積解析第3部」	微分記号と積分記号をやめる
1675 年11月11日付	Methodi tangentium inversae exempla 「逆接線法の諸例」	微分記号と積分記号を復活
1675年11月21日付	Pro methodo tangentium inversa et… 「逆接線法のために」	部分積分の公式
1676年6月26日付	Nova methodus tangentium 「接線の新方法」	接線問題の解法は、デカルトより自分のほうがすぐれている、とする。「超越的」という語がしばしば出てくる。
1976年7月付	Methodus tangentium inversa 「逆接線法」	逆接線問題の解法は、デカルトより自分のほうがすぐれている。
1676年	Compendium quadraturae arithmetica 「系がその表を用いない三角法である、円、楕円、双曲線の算術的求積」	面積変換定理 (1993年公刊)
1676年11月	Calculus tangentium differentialis 「接線の微分算」	Huddeを訪ねた後の手稿：べき乗の微分 微分と和に関する公式
1677年7月11日	Methode general pour mener les touchante des Liegnes Courbes… 「曲線の接線を導く一般的方法」	単純べきについて差と和に関する一般法則
1684年公刊	Nova methodus pro maximis et minimis,… 「分数式にも無理式にも煩わされない、極大・極小ならびに接線を求める新しい方法、またそれらのための特別な計算法」	dの演算規則、極値・変曲点の判定法
1686年公刊	「深遠な幾何学、ならびに不可分量と無限の解析について」刊行 De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum	微分と積分は逆であることの指摘 サイクロイドの式
1712年7月29日 (?)	「趣意書」	微積分学の発見に関して、 ニュートンに対する優先権を主張
1714年	「微分算の歴史と起源」 Historia et origo calculi differentialis	ニュートンとの先取権論争に対するライプニッツの 弁明 (1846年公刊)

Leinbniz　　面積変換定理

原点Oを通る曲線C上のごく近い点を P, Q とする。
$PQ=\Delta s$ を曲線の接線にまで延長する。
接線と垂直に OWを引く。
このとき　ΔOWT と Δx，Δy，Δs は相似。

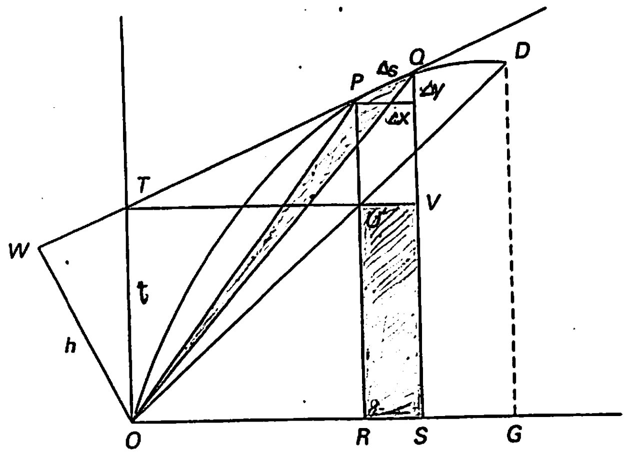
ゆえに　$\Delta OPQ=\dfrac{1}{2}h\Delta s=\dfrac{1}{2}t\Delta x=\dfrac{1}{2}\Box URSV.$

これより図形 $OPQD-\Delta OGD$=図形 $OPQD=\dfrac{1}{2}\Box URSV$

このことから、曲線の方程式を y=y(x) として、今日の記号で書くと、

$\int ydx=\dfrac{1}{2}(OG\cdot GD)+\int tdx$

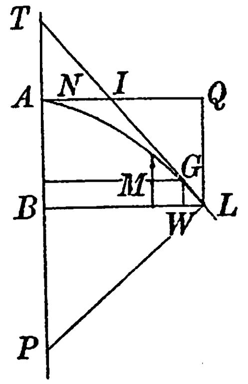
が得られたと見なせる。



P 求積解析 第2部 ①

⊓ : 等号

difficultatem, nec unquam posse evenire talem divisionem post calculum. Sin fieri potest, tunc alii post alios destruentur, ut deprimi possit aequatio producta, et instituenda comparatio, et tunc videndum an non generaliter evinci possit, procedere non posse comparationem utcunque procedamus destruendo. Forte si figurae quadrandae redigantur antea ad simplicissimas aequationes, facilius detegentur impossibilitates Nam et quadratrix praesumitur fore simplicior. Succurrit adhuc aliud auxilium, quod scilicet varii ad idem ducentes plane diversi inter se calculi institui possunt quorum producti comparabiles.



BL $\sqcap$ y, WL $\sqcap$ l, BP $\sqcap$ p, TB $\sqcap$ t, AB $\sqcap$ x, GW $\sqcap$ a, y $\sqcap$ omn. l (+*). Ut obiter dicam, sunt numeri compositi qui sibi addi non possunt vel demi per partes, nempe denominati a potestatibus seu subpotestatibus sive surdi. Sunt alii numeri denominati qui nec in se multiplicari possunt per partes, et tales sunt numeri summarii, v. g. omn. l non possunt multiplicari in omn. p, nec enim fieret $y^3 \sqcap \overline{{}^2\,\text{omn. omn. pl.}}$ Ut tamen multiplicatio illa fieri in rebus intelligatur, sic agendum: Volumus spatium quod repraesentet omnes p in omnes l, non poterunt servire ductus Gregorii a S. Vincentio, quibus figurae in figuras dicuntur, sic enim non ducitur una ordinata in alias omnes, sed una ordinata in unam. At inquies, si una ordinata ducenda in alias omnes, prodibit spatium sursolidum, summa nimirum infinitorum solidorum. Huic malo remedium reperi sane admirabile. Repraesententur omnes l per lineam infinite parvam WL, id est, opus est linea quadratrice omn. l. Erit linea BL $\sqcap$ omn. l, quae ducatur in omnes p figura plana repraesentatas, fiet solidum. Si omn. l sint recta et omnes p curva, fiet superficies curvilinea ductui homogenea Sed haec vetera. Ecce jam novum. Si ipsis WL, MG seu omnibus l imponatur singulis eadem curva repraesentans omnes p, debet autem curva p esse ejusdem plani, et sibi semper parallelo ejus plano existente per curvam AGL ferri, et habebitur quod desideramus. Loco curvae et planum variis modis terminatum ita ferri potest per curvam, et fiet solidum, priore modo superficies curvilinea, et superficiei sive solidi sectio semper eadem. Si possumus tamen fingere quod decrescant interim inter ferendum, videndum an certus sit numerus superficierum analyticarum, ut linearum analyticarum. Sed haec obiter. Nota: superficies curvilinea facta motu curvae sibi parallelae

*) Dieses Zeichen gebraucht Leibniz, um anzuzeigen, daß er eine Bemerkung einschaltet.

45

C.L. Gerhardt : D. Briefwechsel von G. W. Leibniz mit Mathematikern (1962)

『求積解析第2部』 (1675年10月29日付)

②

per curvam aequabitur cylindro curvae sub BL, summa omnium l. Sed haec obiter. Porro $\frac{l}{a} \sqcap \frac{p}{\text{omn. } l \sqcap y}$. Ergo $p \sqcap \frac{\overline{\text{omn. } l}}{a} l$. Itaque omn. $\frac{yl}{a}$ non vult dicere omn. y in omn. l, nec y omn. l. Quare, cum sit $p \sqcap \frac{y}{a} l$ sive $p \sqcap \frac{\text{omn. } l}{a} l$, hoc vult dicere, omn. l ductas in unum illud quod uni illi p respondet. Ergo omn. $p \sqcap \text{omn}\overline{\overline{\frac{\overline{\text{omn. } l}}{a}, l}}$. Atqui aliunde demonstravi omn. $p \sqcap \frac{y^2}{2}$ sive $\sqcap \frac{\overline{\text{omn } l}\,\boxed{2}}{2}$. Ergo habemus theorema quod mihi videtur admirabile, et novo huic calculo magni adjumenti loco futurum, nempe quod sit $\frac{\overline{\text{omn. } l}\,\boxed{2}}{2} \sqcap \text{omn. } \overline{\overline{\text{omn. } l}\, \frac{l}{a}}$, qualiscunque sit l, id est si omnes l ducantur in ultimam, et aliae omnes l rursus in suam ultimam, et ita quoties id fieri potest, summa horum omnium aequabitur dimidiae summae quadratorum quorum latera sunt summae ipsorum l, seu omnes l. Pulcherrimum ac minime obvium Theorema. Tale est etiam Theorema: $\text{omn } \overline{xl} \sqcap x\, \overline{\text{omn. } l} - \text{omn. } \overline{\text{omn. } l}$, ponendo l esse terminum progressionis et x esse numerum qui exprimit locum seu ordinem ipsius l ei respondentis, seu x esse numerum ordinalem, l rem ordinatam. Nota: in his calculis observari potest lex homogeneorum, nam si omn. praefigatur numero seu rationi, vel infinite parvo, fit linea; si lineae, fit superficies; si superficiei, fit corpus, et ita in infinitum etiam ad dimensiones. Utile erit scribi $\int$ pro omn., ut $\int l$ pro omn. l, id est summa ipsorum l. Itaque fiet $\frac{\overline{\int l}^2}{2} \sqcap \int \overline{\int \overline{l}\, \frac{l}{a}}$ et $\int \overline{xl} \sqcap x \int \overline{l} - \int \int \overline{l}$. Et ita apparebit semper observari legem homogeneorum, quod utile est ut calculi errores vitentur. Nota: si analytice detur $\int l$, dabitur etiam l. Ergo si detur $\int\int l$, dabitur etiam l, sed non si datur l, dabitur et $\int l$. Semper $\int x \sqcap \frac{x^2}{2}$. Nota: omnia haec theoremata vera de seriebus, in quibus differentiae terminorum ad terminos rationem habent minorem qualibet assignabili. $\int x^2 \sqcap \frac{x^3}{3}$. Nota jam, si termini summandi affecti sint, quomodo hinc afficiatur summa, regulam generalem talem: v. g. $\int \frac{a}{b} l \sqcap \frac{a}{b} \times \int l$, scilicet si $\frac{a}{b}$ sit terminus constans, ducendus est in maximum ordinalem; quod

94

接線の微分算 (1676年11月付)　　①

P229

Während seines Aufenthalts in Holland machte Leibniz die folgende Zusammenstellung:

Novembr. 1676.

Calculus Tangentium differentialis.　　接線の微分算

$\overline{dx} = 1 \quad \overline{dx^2} = 2x \quad \overline{dx^3} = 3x^2$ etc.

$d\overline{\tfrac{1}{x}} = -\frac{1}{x^2} \quad d\overline{\tfrac{1}{x^2}} = -\frac{2}{x^3} \quad d\overline{\tfrac{1}{x^3}} = -\frac{3}{x^4}$ etc.

$d\overline{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ etc.

Ex his colligitur regula generalis haec pro differentiis ac summis simplicium potestatum

$$\overline{dx^e} = e, x^{e-1} \text{ et contra } \int \overline{x^e} = \frac{x^{e+1}}{e+1}.$$

Unde $d\overline{\tfrac{1}{x^2}}$ seu $\overline{dx^{-2}}$ erit $-2x^{-3}$ seu $-\frac{2}{x^3}$

et $d\overline{\sqrt{x}}$ seu $\overline{dx^{\frac{1}{2}}}$ erit $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ seu $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{x}}$.

Sit $y = x^2$, et erit $\overline{dy} = 2x\overline{dx}$, ergo $\frac{\overline{dy}}{\overline{dx}} = 2x$.*)

Quae ratiocinatio est generalis, nec refert quae sit progressio ipsarum x. Eodemque modo generalis regula ita stabit: $\frac{\overline{dx^e}}{\overline{dx}} = ex^{e-1}$ et vicissem $\int \overline{x^e \overline{dx}} = \frac{x^{e+1}}{e+1}$.

Sit aequatio quaelibet v. g.
$ay^2 + byx + cx^2 + f^2x + g^2y + h^3 = 0$ et pro y scribendo $y + \overline{dy}$ ac pro x similiter $x + \overline{dx}$**), fiet omissis omittendis alia aequatio:

$$\left.\begin{array}{l} ay^2 + byx + cx^2 + f^2x + g^2y + h^3 = 0 \\ \hline a2\overline{dy}\,y + by\overline{dx} + 2cx\overline{dx} + f^2\overline{dx} + g^2\,\overline{dy} \\ \quad + bx\overline{dy} \\ \hline a\,\overline{dy}^2 + b\overline{dx}\overline{dy} + c\overline{dx}^2 = 0 \end{array}\right\} = 0$$

Quae est regulae a Slusio publicatae origo. Eam vero ita in infinitum amplificabimus: Sint literae quotcunque, et ex iis composita formula, verbi gratia ex literis tribus sit formula:

$$ay^2 \;\; bx^2 \;\; cz^2 \;\; fyx \;\; gyz \;\; hxz \;\; ly \;\; mx \;\; nz \;\; p = 0$$

Unde fiet alia aequatio:

$$\begin{array}{cccccccc} ay^2 & bx^2 & cz^2 & fyx & \text{simi-} & ly & mx & \text{simi-} \;\; p \\ \hline 2a\overline{dy}\,y & 2b\overline{dx}\,x & 2c\overline{dz}\,z & fy\overline{dx} & \text{liter} & l\overline{dy} & m\overline{dx} & \text{liter} \\ & & & fx\overline{dy} & & & & \\ \hline a\overline{dy}^2 & b\overline{dx}^2 & c\overline{dz}^2 & f\overline{dx}\,\overline{dy} & & & & \end{array}$$

Unde patet eadem methodo haberi tangentia superficierum plana, et alioqui nihil referre an non ipsae literae x, y, z aliquam habeant cognitam relationem, ea enim postea substitui potest.

(47)

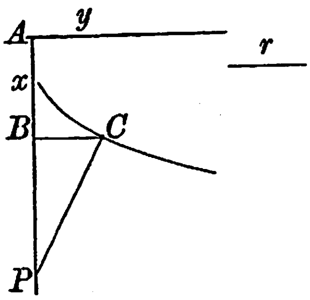
接線の微分算

Hinc praeclare serviet eadem methodus, etsi compositae fractiones aut irrationales calculum ingrediantur, nec opus est earum tollendarum causa caetera exaltari, cum potius ipsarum differentiae separatim inveniri ac substitui possint: deinde cum methodus tangentium publicata non nisi tunc procedat, cum ordinatae parallelae sunt, ista et ad tangentes et alias quascunque, imo illas quoque relationes accommodari potest, quae sunt ordinatarum ad curvarum portiones aut in quibus angulus ordinatarum certa lege mutatur. Caeterum speciatim operae pretium erit rem ad irrationales ac fractiones compositas accommodare.

$\overline{d\sqrt{a+bz+cz^2}}$, ponatur $a+bz+cz^2=x$, et $\frac{\overline{d\sqrt{x}}}{\overline{dx}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$, jam $\frac{\overline{dz}}{\overline{dx}}=b+2cz$: ergo $\overline{d\sqrt{a+bz+cz^2}}=\frac{b+2cz}{2\sqrt{a+bz+cz^2}}$.

Sumta aequatione duarum literarum x, y pro curva, et determinata aequatione ad tangentes, tolli potest alterutra ipsarum x et y, ita ut restet altera tantum una cum $\overline{dx}$ et $\overline{dy}$, quod per omnes casus calculari operae pretium est.

Datis tribus literis, ut x. y, z, et valore ipsius $\overline{dz}$ ope ipsius x vel y (vel etiam utriusque) expresso, habebitur denique aequatio tangentium, in qua erit etiam tantum alterutra harum x et y et duae $\overline{dy}$, $\overline{dx}$; aliquando et ipsa z non poterit tolli. Hoc etiam per omnes casus assumti valoris ipsius $\overline{dz}$ deduci potest, eodem modo plures adhuc literae assumi possunt. Et conjunctis in unum calculis universalibus omnibus, universalissimus ex ipsis fiet. Caeterum assumptio plurimarum literarum usum habere potest ad methodi tangentium inversae problemata ope quadraturarum solvenda. Ut si propositum sit problema solvere, in quo summa rectarum CB, BP sit data seu $y+\frac{y\overline{dy}}{\overline{dx}}=xy$, fiet $\overline{dx}+\overline{dy}=x\overline{dx}$ seu $x+y=\frac{x^2}{2}$. Ita habemus curvam, in qua summa earum CB + BP (in constantem r) aequatur rectangulo ABC.



*) Am Rande des Manuscripts hat Leibniz bemerkt: Praeclara haec observatio est ad calculum meum differentiarum, si sit b, $\overline{ydx}+\overline{xdy}$ + etc. = 0, fore $\overline{bxy}$ + $\int$ etc. = 0, et ita de caeteris. Videndum, quid de h^8 faciendum. Ad istos calculos melius faciendos poterit aequatio $ay^2+byx+cx^2$ + etc. transmutari in aliam alia curvae relatione, et comparabitur proveniens, alio differentiarum calculo, cum eo quod per istum prodit.

**) Leibniz hat am Rande bemerkt: Alterutra ex his $\overline{dx}$ vel $\overline{dy}$ pro arbitrio explicari potest, adhibita aequatione nova, et alterutra harum $\overline{dx}$ vel $\overline{dy}$ sublata et x scilicet vel y aliter per quantitates explicanda. Verum non puto id esse, quia catalogus omnium curvarum quadrabilium prodire debet, alterutram sumendo constantem.

(『科学教育論』 1947年. 邦訳 1983年 P142)
P. ランジュバン 「科学史の教育的価値」

これらが、科学を学んだり教えたりしようとするとき、確認せざるをえない事柄であります。そこから生ずるかも知れない流動や不完全の印象は、恐れるに当りません。と申しますのは、こういう印象こそ事物の性質に合致しているのであり、また、どんなことがあっても、歩一歩の前進やますます豊かになってゆく総合を確認しないわけにはゆかないからであります。

科学の歴史的研究は、教育的見地からも純粋に科学的な見地からも、いま申し上げたような利点をもつばかりでなく、さらに進んでは、〔科学に〕隣接する諸分野の教育を補足し啓発するでありましょう。哲学にたいするそれの影響を否定することはできません。なぜならば、哲学はその大部分が、科学そのものを基礎としているからであります。歴史学は歴史学で、各時代の科学的考えかたが文明の前進や社会あるいは統治の構造に及ぼした影響を、考慮にいれなければなりません。ギリシャの文明や立法には、ギリシャの科学がとりいれた精神と同じ精神が浸透していました。ルネサンスにおいては、精神の解放と宗教改革は、スコラ学と演繹的神秘説の濫用にたいする反作用のあらわれでした。一八世紀に、ニュートンが社会進化の上で重要な役割を演じたことは争いがたいことでありますし、フランス大革命の先駆者たる百科全書派の人々は、このイギリスの科学者の著述のうちに、示唆と模範を見出したのであります。

精神の解放と人権の肯定において科学が演じた役割を認識して、大革命の運動は、科学教育を一般教養にとりいれ、近代的人文科目(ユマニテ)をつくりあげるために、大きな努力をしたのでありますが、われわれはまだこの近代的人文科目を堅固なものとすることに成功してはおりません。ともあれ、一九世紀初めの大学者の多くを薫陶したあのすばらしい中央工科学校という教育機関を創設したのは、大革命であります。

政治的反動と平行して、科学教育も執政官政治、第一帝政、王政復古の時代には、さんざんな目にあって、不具にされました。一九世紀全体を通じて、そして今日もなお、わが国でも他の諸国でも、思想の歴史を教えることは放棄されるか、あるいはこれに当然認めらるべき重要性が与えられておりません。

一八五二年、実験科学が新たに教育要綱(プログラム)に採用されましたが、それは専ら実利的な形においてでした。正しく理解され、精神の陶冶によく適応した科学教育は、批判的意識を生みださずにはおかないものですが、このような意識の成長が恐れられたように思われます。

よりいっそう科学的精神の浸透した、そして思想の歴史がそのなかで今日よりずっと重要な役割を演ずるような一般教養が、将来どのような影響を及ぼすかは、予言しがたいことでありますが、集団的努力や、現在を過去に結びつける生きた絆(きずな)について、もっと精確な意識を子どもに与えうるすべてのものには信頼をおくべきであります。

四　物理学諸部門の教育の一般教養にたいする寄与[45]

一般教養とは何か

物理学諸部門の教育に与えるべき指針は、この《一般教養》や《人文科目(ユマニテ)》、つまり、一般的に人間の形成一般、あらゆる形式のもとでの生活を準備すること、これをどう解するべきかによって、必然的に決ってくるものです。このような定義はさまざまに異なる姿をとって提示されるかもしれませんが、その意味は同一なはずです。まず第一の形としては、一般教養とは、職業的専門化とは独立に、子どもを現実との接触に準備させる一切のもの、とこういうことができるでしょう。この場合、現実というのは、事物の物質的現実も、人間の心理的ならびに道徳的現実も、ともに含んでいます。

スポール即ち攻城的砲術である。是からダムダム弾を発射する方法を紹介する。直線に布かれたる砲列の中の一人が、ダムダム弾を右の手に握つて擂粉木の所有者に抛りつける。ダムダム弾は何で製造したか局外者には分らない。堅い丸い石の団子の様なものを御鄭寧に皮でくるんで縫ひ合せたものである。前申す通り此弾丸が砲手の一人の手中を離れて、風を切つて飛んで行くと、向ふに立つた一人が例の擂粉木をやつと振り上げて、之を敲き返す。たまには敲き損なつた弾丸が流れて仕舞ふ事もあるが、大概はポカンと大きな音を立てゝ弾ね返る。其勢は非常に猛烈なものである。神経性胃弱なる主人の頭を潰す位は容易に出来る。砲手は是丈で事足るのだが、其周囲附近には弥次馬兼援兵が雲霞の如く付き添ふて居る。ポカーンと擂粉木が団子に中るや否やわー、ぱち〳〵〳〵と、わめく、手を拍つ、やれ〳〵と云ふ。中つたらうと云ふ。是でも利かねえかと云ふ。恐れ入らねえかと云ふ。降参かと云ふ。是丈ならまだしもであるが、敲き返された弾丸は三度に一度必ず臥龍窟邸内へころがり込む。是がころがり込まなければ攻撃の目的は達せられんのである。ダムダム弾は近来諸所で製造するが随分高価なものであるから、いかに戦争でもさう充分な供給は仰ぐ訳に入らん。大抵一隊の砲手に一つ若くは二つの割である。ポンと鳴る度に此貴重な弾丸を消費する訳には行かん。そこで彼等はたま拾と称する一部隊を設けて落弾を拾つてくる。落ち場所がよければ拾ふのに骨も折れないが、草原とか人の邸内へ飛び込むとさ

う容易くは戻つて来ない。だから平生なら成る可く労力を避ける為め、拾ひ易い所へ打ち落す筈であるが、此際は反対に出る。目的が遊戯にあるのではない、戦争に存するのだから、わざとダムダム弾を主人の邸内に降らせる。邸内に降らせる以上は、邸内へ這入つて拾はなければならん。邸内に這入る尤も簡便な方法は四つ目垣を越えるにある。四つ目垣のうちで騒動すれば主人が怒り出さなければならん。然らずんば兜を脱いで降参しなければならん。苦心の余頭がだん〳〵禿げて来なければならん。

今しも敵軍から打ち出した一弾は、照準誤たず、四つ目垣を通り越して桐の下葉を振ひ落して、第二の城壁即ち竹垣に命中した。随分大きな音である。*ニユートンの運動律第一に曰くもし他の力を加ふるにあらざれば、一度び動き出したる物体は均一の速度を以て直線に動くものとす。もし此律のみに因つて物体の運動が支配せらるゝならば主人の頭は此時にイスキラスと運命を同じくしたであらう。幸にしてニユートンは第一則を定むると同時に第二則も製造してくれたので主人の頭は危うきうちに一命を取りとめた。運動の第二則に曰く運動の変化は、加へられたる力に比例す、而して其力の働く直線の方向に於て起るものとす。是は何の事だか少しくわかり兼ねるが、かのダムダム弾が竹垣を突き通して、障子を裂き破つて主人の頭を破壊しなかつた所を以て見ると、何でもニユートンの御蔭に相違ない。しばらくすると案の如く敵は邸内に乗り込んで

50

来たものと覚しく、「こゝか」「もつと左の方か」抔と棒で以て笹の葉を敲き廻はる音がする。凡て敵が主人の邸内へ乗り込んでダムダム弾を拾ふ場合には必ず特別な大きな声を出す。こつそり這入つて、こつそり拾つては肝心の目的が達せられん。ダムダム弾は貴重かも知れないが、主人にからかふのはダムダム弾以上に大事である。此時の如きは遠くから弾の所在地は判然して居る。竹垣に中つた音も知つて居る、中つた場所も分つて居る、而して其落ちた地面も心得て居る。だから大人しくして拾へば、いくらでも大人しく拾へる。ライプニツツの定義によると空間は出来得べき同在現象の秩序である。いろはにほへとはいつでも同じ順にあらはれてくる。柳の下には必ず鰌が居る。蝙蝠に夕月はつきものである。垣根にボールは不似合かも知れぬ。然し毎日毎日ボールを人の邸内に抛り込む者の眼に映ずる空間は慥かに此排列に慣れて居る。一眼見ればすぐ分る訳だ。それを斯の如く騒ぎ立てるのは必竟ずるに主人に戦争を挑む策略である。

かうなつては如何に消極的なる主人と雖ども応戦しなければならん。さつき座敷のうちから倫理の講義をきいてにや〱して居た主人は奮然として立ち上がつた。猛然として馳け出した。驀然として敵の一人を生捕つた。主人にして大出来である。大出来には相違ないが、見ると十四五の小供である。髯の生えて居る主人の敵として少し不似合だ。けれども主人はこれで沢山だと思つたのだらう。詫び入るのを無理に引つ張つて椽側の前迄連れて来た。こゝに一寸敵の策略に

就て一言する必要がある。敵は主人が昨日の権幕を見て此様子では今日も必ず自身で出馬するに相違ないと察した。其時万一逃げ損じて大僧がつらまつては事面倒になる。こゝは一年生か二年生位な小供を玉拾ひにやつて危険を避けるに越した事はない。よし主人が小供をつらまへて愚図々々理窟を捏ね廻したつて、落雲館の名誉には関係しない、こんなものを大人気もなく相手にする主人の恥辱になる許りだ。敵の考はかうであつた。是が普通の人間の考で至極尤もな所である。但敵は相手が普通の人間でないと云ふ事を勘定のうちに入れるのを忘れた許りである。主人に此位の常識があれば昨日だつて飛び出しはしない。逆上は普通の人間を、普通の人間の程度以上に釣るし上げて、常識のあるものに、非常識を与へる者である。女だの、小供だの、車引きだの、馬子だのと、そんな見境ひのあるうちは、未だ逆上を以て人に誇るに足らん。主人の如く相手にならぬ中学一年生を生捕つて戦争の人質とする程の了見でなくては逆上家の仲間入りは出来ないのである。可哀さうなのは捕虜である。単に上級生の命令によつて玉拾ひなる雑兵の役を勤めたる所、運わるく非常識の敵将、逆上の天才に追ひ詰められて、垣越える間もあらばこそ、庭前に引き据ゑられた。かうなると敵軍は安閑と味方の恥辱を見て居る訳に行かない。我も我もと四つ目垣を乗りこして木戸口から庭中に乱れ入る。其数は約一ダース許り、ずらりと主人の前に並んだ。大抵は上衣もちよつ着もつけて居らん。白シャツの腕をまくつて、腕組をしたのがあ

Bernoulli 一族の家系図

- (Nicolaus) 1623 − 1708
  - Jacob 1654 − 1705
  - (Nicolaus) 1662 − 1716
    - Nicolaus I世 1687 − 1759
  - Johann 1667 − 1748
    - Nicolaus II世 (1692 − 1726)
    - Daniel 1700 − 1782
    - Jahann II世 1710 − 1790
      - Jahann III世 1744 − 1807
      - (Daniel II世) 1751 − 1834
      - Jacob II世 1759 − 1789

(独)		(英)		(仏)
Jacob	=	James	=	Jacques
Johann	=	John	=	Jean

Jacob ： 等時曲線, 最速降下線, 対数の法則 (推測術)

Johann ： 最速降下線, 2変数関数の微分, 微分と積分の順序交換

Nicolaus I ： 全微分の概念, 2階偏微分

Daniel ： 振動弦論争 (偏微分方程式)

17- 18世紀かけての関数概念の変遷

1673年8月付	Leibniz	「与えられた縦線から曲線の接線を、あるいは反対に与えられた接線影、法線影、垂線、割線から縦線を探求する新方法」:functio が導入
1693年9月	Leibniz	「計量幾何学についての補遺、あるいは、あらゆる求積を運動によって最も一般的に遂行すること、また同様にして接線の与えられた条件から曲線を多様に作図すること」:すべての逆接線問題は3つの直線、すなわち座標線CB,CHとCTの間の関係、あるいは代わりとなる別の関数の間の関係に還元しうる。
1692年4月	Leibniz	横線(abscissa)と横線(ordinata)とを統一して、座標(coordinates)と呼ぶ。関数とは、「曲線の接線あるいは曲線に従属し、大きさが変わる線分、たとえば法線(の長さ)、接線の長さ、とくに(座標)x とy のようなもの。
1694年7月1日	Leibniz	「微分算の新しい適用と、接線に関して与えられた条件から線をさまざまな形で作図することへのその応用」:しかし、軸上の切り取られた部分ATに対する接線TCの関数が与えられているときに(すなわち線に対して垂直な円が秩序正しく与えられている時に)線CCを見出すことは他の方法に属していて…
1694年9月2日	Johan・B	Leibniz宛書簡:関数を「変量と定量とで作られる量」と定義。記号Xで表す。
1697年推定 「代数学の新機軸」	Leibniz	さらに別の方法で、私は真数から対数、弧から正弦または余弦または正接、その他の関数を、無限級数を用いて見出した。
1696年8月25日付	Johan・B	Leibniz宛書簡:関数を「変量x と定量とで与えられる量、…そしてxと定量とに代数的にか或いは超越的に従属する量」と定義し、記号Xで表す。複数の変数の場合にも言及。
1698年(5月?)	Johan・B	Leibnizが以前、rationes inter functiones あるいはrelationes inter functiones といっていたものをfunctiones と単純化。解析的表現として使うように改める。「微分した関数」(functio differentiata)という概念を作り出す。
1714年((1848年公刊) 『微分算の歴史と始源』	Leibniz	差(=微分)の逆である和(=積分)もまたxの関数であると考えることができるようになった。以前は…べきとべき根以外の関数は取り扱えなかったが、新算法を導入した結果、これが可能となった。
1718年	Johan・B	ある変数の関数と呼ぶのは、この変数といくつかの定数から何らかの仕方で組み立てられた量のことである。
1748年 『無限解析入門』	Euler	ある変数の関数とは、その変数といくつかの数、すなわち定数を用いて何らかの仕方で組み立てられた解析的表現のことである。
1755年	Euler	『微分学教程』:このように、別の諸量に依存しているある量、つまり、他の諸量が変化するときに変化を受ける量はもとの諸量の関数と呼ばれる。この定義はかなり広く適用することができ、一つの量が他の諸量に依存する一切の仕方を含んでいる。従って、xが変数ならば、どんなふうにであれ、xに依存する、あるいは、xから決まる量はxの関数と呼ばれる。

Bernoulli一族をめぐる論争と微分方程式

1659年12月1日	Huygens	等時曲線はサイクロイドになると研究ノートに記す
1690年5月	Jacob・B	Huygensの結果を微分方程式で証明・「積分」という語が登場 カテナリーの問題を出題：「柔軟だが弾力的でない紐の両端を同じ高さの2点で固定して吊り下げたときの形を決定せよ」 『学術紀要』(Acta Eruditorum)
1690-1691年	Johan・B	『微分算の講義』(1922年公刊)
1691年	Leibniz	Huygens宛て一連の書簡で、変数分離形の微分方程式の解法を提示 同次形の微分方程式の求積法
1691年	Leibniz Johan・B Huygens	Leibniz・Johan・Huygensによる、カテナリーの問題の解が発表される （「Jacobは解けなかった」と、1718年モンモール宛て書簡でJohanが記す。）
1691－1692年	Johan・B	l'Hôspitalに『積分法講義』を講じる
1694年	Jacob・B	「ベルヌ—イのレムニスケート」(8の字曲線)の解析
1694年	Johan・B	変数分離形の同次形の方程式のLeibnizの解法を『学術紀要』に発表
1694年	Leibniz	線形微分方程式を変数分離形に帰着する方法
1695年	Johan・B	グロニンゲン大学(オランダ)数学教授にまる
1696年	Johan・B	最速降下線の問題を『学術紀要』に出題
1696年	l'Hôspital	『無限小解析』(Analyse des infiniment petis)公刊
1697年1月27日	Newton	最速降下線はサイクロイドを描く
1697年5月	Johan・B	Newton・Leibniz・Jacob・Johan・l'Hôspital から寄せられた最速降下線問題の解を『学術紀要』に発表
	Jacob・B	自身が最速降下線の問題を解いた方法で解答が得られる3つの問題を提示。うち一つが「異なる種類の等周図形を見いだせ」。Johanを名指しし、6か月以内に解くことができれば、50ダカットの賞金を与えると言う。
1697年中	Johan・B	Jacobに答えて賞金を要求するが、解答は不完全。
1701年5月	Johan・B	『学術紀要』に等周問題の解を提出
1701年12月	Varignon	パリアカデミーに等周問題の解を提出
1704年	l'Hôspital	死去
1705年	Jacob・B	死去(51歳)
	Johan・B	バーゼル大学数学教授になる
1748年	Johan・B	死去(81歳)

E.A フェルマン著『オイラー：その生涯と業績』(2002年) シュプリンガーフェアラーク

年譜

オイラーの主要著作物は，ここにしるさない（それらについては文献目録の第3部）．オイラーの子供たちの生歿年月日については，175ページにまとめてある．

1707年	レオンハルト・オイラーは，4月15日，改革派牧師パウルス・オイラーとマルガレータ・ブルッカーとの息子として，バーゼルにうまれた．
1708年	パウルス・オイラーは，バーゼル近郊リーエンの牧師職をひきつぐ．
1713年	父親のもとで個人教授．その後，バーゼルのラテン語学校入学（ギムナジウム）．
1720年	バーゼル大学入学
1722年	プリマ・ラウレア（最下級の学位．形式的には今日のアビトゥアに対応するが，当時は大学入学後，早いうちに取得されねばならなかった）取得．数学入門講義はヨハン・ベルヌーイ1世だった．
1723年	秋，マギステル学位取得（哲学部終了）．神学部登録．ヨハン・ベルヌーイ1世のもとで，少人数向けの課外講義．
1724年	デカルトおよびニュートンの体系についての講演．
1725年	ロシア皇帝ピョートル1世薨去．彼の未亡人エカテリーナ1世が，ロシア帝位につく．ペテルブルグ・アカデミー創立．ヨハン・ベルヌーイ1世の息子ダニエルとニクラウスが，バーゼルの数学者ヤーコプ・ヘルマンと同様，ペテルブルグ・アカデミーの教授に任命され，ペテルブルグにむけ旅だつ．
1726年	オイラーの最初の数学論文がライプツィヒで出版．
1727年	オイラーがパリ・アカデミーの懸賞に参加．船にマストをとりつける最良の仕方についての論文によって第2等を獲得．彼はバーゼル大学物理学教授職を求めたが，不首尾におわった．そこで，ペテルブルグ・アカデミーの招聘をうけた．彼はペテルブルグでは助手として経歴を開始．彼がペテルブルグに到着する1週間前に，ロシア女帝エカテリーナ1世が薨去．
1730年	ヤーコプ・ヘルマンがバーゼルにかえる．ペテルブルグ・アカデミーでの数学教授職である彼のポストを，ダニエル・ベルヌーイがひきつぐ．ピョートル2世の短い空位期間ののち，アンナ・イヴァノヴナが10年ほど女帝として在位．
1731年	オイラーは，ゲオルク・ベルンハルト・ビュルフィンガーの後任として，物理学教授となり，同時にペテルブルグ・アカデミー正会員に昇格．
1733年	ダニエル・ベルヌーイがバーゼルにかえり，オイラーはペテルブルグでの数学教授職をひきつぐ．ヤーコプ・ヘルマン，バーゼルにて歿．カムチャツカの大規模探検，10年つづく．
1734年	オイラーは1月7日（旧暦1733年12月27日），カタリーナ・グゼルと結婚．11月27日，長男ヨハン・アルブレヒト誕生．
1735年	オイラーは，ペテルブルグ・アカデミーの地理部門の管理に参画（ドリスルのもとで）．ロシア参謀本部地図に，決定的にかかわっていた．
1738年	オイラー，重篤な病気により右目をうしなう．
1740年	女帝アンナ・イヴァノヴナ薨去．プロイセンでは国王フリードリヒ・ヴィルヘルム1世が薨去，彼の息子がフリードリヒ2世として戴冠．マリア・テレジアが，オーストリアとハンガリーの女王になる．フリードリヒ2世によって第1次シュレージエン戦争がはじめられ，2年つづく．
1741年	ロシアのクーデタにより，ピョートル1世の娘エリザヴェータ・ペトローヴナは，これ以後20年間権力を維持する．夏にオイラーは，フリードリヒ2世の招きをうけ，ベルリンにおもむく．当地でアカデミー設立をたすけるためだった．
1744/45年	第2次シュレージエン戦争により，ベルリン・アカデミー設立が遅延．この戦争は1745年までつづく．
1745年	オイラーの父パウルス，リーエンにて歿．モーペルテュイ，ベルリンにくる．
1746年	1月，ベルリン・アカデミー開設．モーペルテュイが総裁，オイラーは数学部門の長．オイラーは，ロンドンの王立協会の特別会員 (fellow) になる．
1748年	ヨハン・ベルヌーイ1世，バーゼルにて歿．
1749年	オイラーとフリードリヒ2世，初の個人的対面．
1750年	オイラー，母親とフランクフルト・アム・マインでおちあい，ベルリンにつれかえる．
1754年	オイラーの息子ヨハン・アルブレヒト，ベルリン・アカデミー会員となる．
1755年	レオンハルト・オイラー，パリ・アカデミーの外国人会員になる．
1756年	7年戦争勃発．
1759年	モーペルテュイ，バーゼルにて歿．1753年以来ベルリン・アカデミー総裁だった．ただし事実上，オイラーが代行．
1762年	エカテリーナ2世が —— 女帝エリザヴェータ薨去ののち，彼女の配偶者ピョートル3世を斥けて —— ロシア帝位につく．エカテリーナ2世，オイラーをサンクト・ペテルブルグに再招聘．
1763年	フーベルトゥスブルクの和約により7年戦争終結．ダランベールがフリードリヒ2世の招きでベルリン滞在．しかし，提示されたベルリン・アカデミー総裁職を謝絶．オイラーは，ペテルブルグ・アカデミーに帰還することについて，ペテルブルグ・アカデミーと交渉．
1766年	フリードリヒ2世とオイラーとの仲違い．オイラーは夏に家族をともなってペテルブルグに帰還．ペテルブルグでは，はなばなしい歓迎．ベルリン・アカデミーでのオイラーの後任はラグランジュ．オイラーは，左目ソコヒによる視力低下に，一層なやむ．
1771年	ソコヒ手術により，わずかな時間ののち，左目もうしなう．ペテルブルグの火災．オイラーは家をうしなうが，女帝により補償される．
1773年	オイラーの妻の死．ニコラウス・フスがバーゼルから助手としてペテルブルグにくる．
1773–75年	ロシアでプガチョフの反乱．
1776年	オイラー，ザロメ・アビガイル・グゼルと再婚．彼女は，最初の妻の異母姉妹．
1782年	ダニエル・ベルヌーイ，バーゼルにて5月17日，歿．
1783年	9月18日，オイラー，卒中発作におそわれ，苦痛なく急死．

(55)

『オイラー：その生涯と業績』

文献目録

1. 本書全体で一貫して使用される略号

AAN: Archiv der Akademija Nauk in St. Petersburg

AHES: Archive for History of Exact Sciences

AP: Acta Petropolitana

Bibl. math.: Bibliotheca mathematica

Briefwechsel Eulers: Juschkewitsch-Winter, 3 Teile, 1959–1976

BV: Burckhardt-Verzeichnis in EGB 83

CAP: Commentarii Academiae Petropolitanae

DSB: Dictionary of Scientific Biography (cf. Gillispie)

E.: Eneström-Verzeichnis, mit nachf. Nr.

EGB 83: Euler-Gedenkband, Basel 1983

Euler-Goldbach: Juschkewitsch-Winter 1965

Fuss I, II: Correspondance 1843

Harnack: Geschichte der Berliner Akadimie

HM: Historia Mathematica

IMI: Istoriko-Matematitscheskije Issledowanija, 1948–1990, 33. Bde. (russisch)

JB.: Johann Bernoulli, mit nachf. Werk-Nr. gemäß JBO

JBO: Johann Bernoulli: Opera

Lexikon: Lexikon bedeutender Mathematiker. Thun, Frankfurt a. M. 1990

Mém. Berlin: Histoire et mémoires de l'Académie de Berlin

NCP: Novi Commentarii Academiae Petropolitanae

NDB: Neue Deutsche Biographie

O.: Opera omnia Leonhardi Euleri

OK: Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften

R: Résumé-Nr. nach O. IVA, 1

Registres: Winter 1957

2. 書誌（的著作）

Eneström, Gustaf: Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Ergänzungsband 4, 1. Lieferung 1910, 2. Lieferung 1913. Leipzig 1910–1913

Burckhardt, Johann Jakob: Euleriana. Verzeichnis des Schrifttums über Leonhard Euler. In: EGB 83, S. 511–552

O. IVA, 1: Registerband der Korrespondenz Eulers

56

3. オイラーの著作

Leonhardi Euleri Opera Omnia. Hg. von der Euler-Kommission der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften (vormals Schweizerische Naturforschende Gesellschaft). Leipzig und Berlin 1911f., Zürich, Basel 1982f. Serie I: Opera mathematica, 30 Bde. in 29 (alle erschienen); Serie II: Opera mechanica et astronomica, 32 Bde. in 31 (erschienen bis auf die Bde. 26, 27); Serie III: Opera physica, Miscellanea, 12 Bde. (alle erschienen außer Bd. 10); Serie IVA: Commercium epistolicum (Briefwechsel), 9 Bde., erschienen Bd. 1: Regestenband mit div. Verzeichnissen, Basel 1975; Bd. 5: Briefwechsel Eulers mit Clairaut, d'Alembert und Lagrange, Basel 1980; Bd. 6: Briefwechsel Eulers mit Maupertuis und Friedrich II., Basel 1986; Serie IVB: Manuscripta, Adversaria (Handschriften, Notiz-und Tagebücher), ca. 7 Bde. (noch nichts erschienen). Die Serien I–III bilden nahezu eine Ausgabe letzter Hand, Serie IV ist eine historisch-kritische Ausgabe. Die lateinischen Briefe werden jeweils von einer Übersetzung in eine moderne Sprache begleitet.

Hauptwerke Eulers (in Kurztiteln, chronologisch nach Druckjahren)

1736: Mechanica (2 Bde.)

1738, 1740: Rechenkunst (2 Bde.)

1739: Tentamen novae theoriae musicae (Musiktheorie)

1744: Methodus inveniendi (Variationsrechnung)

1745: Neue Grundsätze der Artillerie (Ballistik)

1747: Rettung der göttlichen Offenbarung gegen die Einwürfe der Freygeister

1748: Introductio in analysin infinitorum (Einführung in die Analysis, 3 Bde.)

1749: Scientia navalis (Schiffstheorie, 2 Bde.)

1753: Theoria motus lunae (Erste Mondtheorie)

1755: Institutiones calculi differentialis (Differentialrechnung, 2 Bde.)

1762: Constructio lentium objectivarum (Achromatische Linsen)

1765: Theoria motus corporum (Zweite Mechanik)

1768: Lettres à une Princesse d'Allemagne (Philosophische Briefe, 3 Bde)

1768: Institutiones calculi integralis (Integralrechnung, 3 Bde. bis 1770)

1769: Dioptrica (Universelle Optik, 3 Bde. bis 1771)

1770: Vollständige Anleitung zur Algebra (2 Bde.)

1772: Theoria motuum lunae (Zweite Mondtheorie)

1773: Théorie complette de la construction et de la manœuvre des vaisseaux (Zweite Schiffstheorie)

Nachbemerkung: Die jeweilige Eneström-Nr. und die Verteilung auf die einzelnen Bände dre ≪ Opera omnia≫ kann den Anmerkungen entnommen werden.

高瀬正仁訳『オイラーの無限解析』(2001年)

Introductio in analysin Infinitorum Tomus primus

目次

高瀬正仁訳『オイラーの解析幾何』(2005)

Introductio in analysin Infinitorum Tomus secundus

目次

18－19世紀半ばの「解析学」に関係する教科書・講義録の一例

1691年 -1692年	Johan Bernoulli	Lectiones mathematicae de methodo integralium (L'Hospital への講義録・1969年公刊)
1696年	L'Hôspital	Analyse des infiniment petit sur l' intelligence des lignes courbes
1742年	Maclaurin	A treatise of fluxions
1748年	Euler	Introductio in analysin infinitorum
1755年	Euler	Institutiones calculi differentialis cum eius usu in analysi finitorum ac doctrina serierum
1768年 -1770年	Euler	Institutiones calculi integralis （全3巻・年1冊づつ刊行）
1797年	Lacroix	Traité du calcul différentiel et calcul intégral（全3巻）
1802年	Lacroix	Traité é'lémentaire du calcul différentiel et calcul intégral
1797年	Lagrange	Théorie des fonctions analytiques, contenant les principes du calcul différentiel, dégagés de toute consideration d'infiniment petits ou d'évanouissans, de limites ou de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantutés finies
1806年	Lagrange	Leçons sur le calcul des fonctions
1821年	Cauchy	Cours d'analyse de l'École Royale Polytechnique; I.re Partie. Analyse algébrique
（1822年）	（Fourier）	（Théorie analytique de la chaleur ）
1823年	Cauchy	Résumé des leçons données à sur l'école royale polytechnique sur le calcul infinitesimal
1829年	Cauchy	Leçons sur le calcul différentiel
1854年	Dirichlet	Vorlesungen über die Lehre von den einfachen und mehrfachen bestimmten Integralen（1904年公刊）
1861年	Weirstrass	Differetialrechnung ベルリンでの講義録・Schwarz がタイプ