

## 数学I演習 第9回 2007年10月30日配布

担当 平地健吾, TA 三角 淳

演習問題は <http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~hirachi/courses/sugaku-I-2007/> からダウンロードできます。講義メモも載せています。

例題.  $\varphi(x)$  と  $f(x)$  は  $\mathbb{R}$  上の連続関数であり  $\int_{-1}^1 \varphi(x) dx = 1$  かつ  $|x| > 1$  のとき  $\varphi(x) = 0$  を満たすとする。次を示せ

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \int_{-1}^1 h \varphi(xh) f(x) dx = f(0)$$

以下の問題をできる範囲で解き, 11月6日13時までにアドミニストレーション棟のレポート提出ボックスに提出すること。

[1] 以下の不定積分を求めよ。

$$(1) \int \frac{x}{1+x+x^2+x^3} dx.$$

$$(2) \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx, \quad a > 0.$$

$$(3) \int \frac{\cos^2 x}{(\cos x + x \sin x)^2} dx.$$

[2] 自然数  $n$  に対し,

$$I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n x dx$$

とおく。この値を求めよ。

[3] 区間  $[-1, 1]$  上の連続関数  $f(x)$  に対し,

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \int_{-1}^1 \frac{h}{h^2+x^2} f(x) dx = \pi f(0)$$

であることを示せ。