数学I演習　第１０回　2007年11月13日配布

担当 平地健吾，TA 三角 淳

演習問題は http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~hirachi/courses/sugaku-I-2007/ からダウンロードできます．講義メモも載せています．

例題. 区間 $[a, b]$ 上の連続関数 $f(x)$ のグラフ $G = \{(x, f(x)) \in \mathbb{R}^2 : x \in [a, b]\}$ の面積は０であることを示せ。

以下の問題をできる範囲で解き, 11 月 20 日 13 時までにアドミニストレーション棟のレポート提出ボックスに提出すること.

[**1**] 以下の微分方程式を解け.

(a) $\dfrac{dy}{dx} = ky(1-y) \quad k \neq 0$

(b) $\dfrac{dy}{dx} + y = \sin x$

[**2**] $\mathbb{R}^2$ 内の点列 $\{P_n\}_{n=1}^{\infty}$ が収束すれば集合 $A = \{P_n : n = 1, 2, 3, \ldots\}$ の面積は０であることを示せ。また $\{P_n\}_{n=1}^{\infty}$ が収束しないときにはどうなるか？

[**3**] $f(x, y)$ を有界閉領域 D 上の連続関数とする。境界 ∂D の面積が０であるとき $D_+ = \{(x, y) \in D : x \geq 0\}$, $D_- = \{(x, y) \in D : x \leq 0\}$ の境界の面積も０であり

$$\iint_D f(x, y)dxdy = \iint_{D_+} f(x, y)dxdy + \iint_{D_-} f(x, y)dxdy$$

が成り立つことを示せ。